

석사학위논문

ICT활용수업이  
학업성취도에 미치는 효과  
- 이산수학 알고리즘단원을 중심으로 -

지도교수 박 진 원



제주대학교 교육대학원

수학교육전공

이 창 훈


2006년 월

ICT활용수업이  
학업성취도에 미치는 효과  
- 이산수학 알고리즘단원을 중심으로

지도교수 박 진 원

이 논문을 교육학석사학위논문으로 제출함

2006년 월 일

 제주대학교 교육대학원 수학교육전공  
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

제출자 이 창 훈

이창훈의 교육학 석사학위논문을 인준함

2006년 월 일

심사위원장 \_\_\_\_\_ 인

심 사 위 원 \_\_\_\_\_ 인

심 사 위 원 \_\_\_\_\_ 인

< 초록 >

## ICT활용수업이 학업성취도에 미치는 효과

- 이산수학 알고리즘 단원을 중심으로 -

### 이 창 훈

제주대학교 교육대학원 수학교육전공

지도교수 박진원

본 연구는 고등학교 과정에서 이산수학을 배우는 학생들을 대상으로 ICT활용수업을 전개했을 때 학생들의 학업성취도에 미치는 효과를 분석하는데 있다.

본 연구의 목적을 실현하고자 다음과 같은 두 가지 연구 문제를 설정하였다.

- 1) ICT활용 수업 집단과 설명식 수업 집단 간의 학업성취도에 차이가 있는가?
- 2) ICT활용 수업 집단과 설명식 수업 집단에서 각 집단의 상·하 집단 중 어느 집단에 더 효과적인가?

연구 문제의 분석을 위하여 제주도 서귀포시에 소재하고 있는 S고등학교 1학년 학생들을 대상으로 이산수학 1학기 중간고사와 1학기 기말고사의 평가 결과를 가지고 SPSS12.0 통계프로그램의 t-검정으로 동질성여부를 파악하여 실험집단과 비교집단으로 나누고, 이들을 각 집단별 평균점수 이상을 상위집단, 평균점수 미만을 하위집단으로 구분하였다. 그리고 이들을 대상으로 2005년 9월 1일 ~ 2005년 10월 7일까지 이산수학 알고리즘단원에 대한 수업을 각 집단별로 실시한 후, 사후 검사를 2005년 10월 15일 실시하여 각 집단과, 각 집단별 상·하 집단의 학업성취도에 대해 어느 집단에 더 효과가 있는지 분석하였다.

본 연구에서 얻어진 결과를 요약하면 다음과 같다.

- 1) ICT활용 수업과 설명식 수업을 실시한 결과 알고리즘단원에서의 학업성취도는 실험집단과 비교집단에 대해 유의 수준 0.05에서 유의미한 차이가 없다.
- 2) 실험집단과 비교집단에서의 상위집단과 하위집단을 분석한 결과 상위집단은 유의수준 0.05에서 유의미한 차이가 없고 하위 집단에서는 유의수준 0.05에서 유의미한 차이를 보이고 있다. 그리고

실험집단의 하위 집단과 비교집단의 하위 집단 사이에 어느 집단에 더 효과적인지를 알아보기 위하여 각 하위 집단의 학업성취도 검사 점수의 평균을 비교해 본 결과 실험집단의 하위 집단 점수가 높게 나타나 학업성취도는 ICT활용 수업을 진행한 실험집단의 하위집단에 더 효과가 있는 것으로 나타났다.



# 차 례

I. 서 론 .....	1
1. 연구의 필요성 및 목적 .....	1
2. 연구문제 .....	3
3. 용어의 정의 .....	3
4. 연구의 제한점 .....	4
II. 이론적 배경 .....	6
1. ICT 교육 .....	6
2. ICT 교육의 필요성 .....	7
3. 알고리즘의 이론적 배경 .....	8
III. 연구 방법 및 절차 .....	20
1. 연구대상 .....	20
2. 연구 설계 .....	21
3. 검사 도구 .....	21
4. 검사 방법 및 절차 .....	22
5. 자료의 분석 .....	22
IV. 연구 결과 분석 및 논의 .....	24
1. 연구 결과 .....	24
2. 논의 .....	28



V. 요약 및 결론 .....	31
1. 요약 .....	31
2. 결론 및 제언 .....	32
참고문헌 .....	34
Abstract .....	36
부    록 .....	38
<부록 1> .....	38
<부록 2> .....	39

## 표 차 례



<표 III-1> 집단구성학생수 .....	20
<표 III-2> 2×2 Factorial Design .....	21
<표 IV-1> 사전 검사 결과 - 전체집단 .....	24
<표 IV-2> 사전 검사 결과 - 상위집단 .....	25
<표 IV-3> 사전 검사 결과 - 하위집단 .....	25
<표 IV-4> 사후 검사 결과 - 전체집단 .....	26
<표 IV-5> 사후 검사 결과 - 상위집단 .....	27
<표 IV-6> 사후 검사 결과 - 하위집단 .....	28

# I. 서 론

## 1. 연구의 필요성 및 목적

21세기는 지식정보화사회로 불리고 있으며 시·공을 초월하는 하나의 지구촌 사회로 빠르게 변화해 가고 있다. 인터넷의 발달로 모든 나라가 각 지역의 다양한 정보 속에서 자국에 유리한 정보를 수집하고 이를 효율적으로 운영하는데 주력하고 있다. 그리고 정보의 선점과 새로운 지식의 창출이 국가발전과 세계 경제의 우선권을 확보할 수 있는 교두보라는 인식 때문에 사회 전반적인 지식정보화를 국가의 목표로 설정하고 많은 투자와 노력을 아끼지 않고 있다.

교육에 있어서도 세계의 많은 나라가 컴퓨터 교육에 대해 학생들에게 단순한 컴퓨터의 기능 교육을 시키는 것이 아니라 컴퓨터를 활용한 정보통신기술 교육으로 변화되어 정보를 획득하고 상황에 맞게 변화시켜 문제해결에 활용할 수 있는 능력을 키우게 하려하고 있다.

외국의 정보 통신 기술 교육 과정 정책을 살펴보면, 이미 모든 나라에서 정보 통신 기술 교육의 필요성이나 중요성을 일찍이 인식하고 물적인 정보화 기반 구축과 함께 정보 통신 기술 관련 교육 과정에 대한 개편을 이미 완료하거나 구체적인 목표와 방향을 가지고 개편을 서두르고 있음을 알 수 있다. 교육 과정의 기본 방향에 있어서도, 비록 각 나라마다 약간의 차이가 있어 영국과 새 교육 과정을 시행할 예정인 일본의 경우처럼 독립 교과로 정보 통신 기술을 다루고 있는 나라가 있고, 각 교과안에 통합적으로 운영, 시행하고 있는 나라가 있으나 전자의 경우에도 정보 통신 기술 교육은 각 교과와 통합하여 운영한다는 방향에 있어 별다른 차이를 보이지는 않는다. 즉 정보 통신 기술을 독립 교과로 운영하는 이유는, 좀 더 체계적으로 정보 통신 기술을 가르치고자 하는 방향이 강조된 것이라 볼 수 있으며, 독립 교과로 운영하지 않는 나라에서도 나름대로 정보 통신 기술에 대한 정의 및 목표, 그리고 내용 체계를 학교 급별, 연령별로 수립하여

제시하고 있다.(교육부, 2000) 이런 세계적인 흐름에 뒤쳐지지 않게 우리나라에서도 교육 정보화 물적 인프라가 거의 구축(교육인적자원부, 2000)단계에 이르렀고 정보통신교육을 정보 통신 기술 교육과 정보 통신 기술 소양 교육으로 나누어 여러 가지 강화 방안을 내놓고 있다.

수학에 있어서의 가장 큰 특성 중의 하나는 추상성이다. 이러한 수학의 추상성은 대부분의 학생들로 하여금 수학을 배우는데 있어 ‘수학은 매우 어렵다’라고 인식하도록 하게하고 추상성으로 인한 논리적 전개를 너무 중시함으로써 사고의 역동성에 익숙하지 않은 학생들에게는 수학이 정적이라는 편견을 갖게 해서 수학이 무미건조하다는 비난의 원인이 되고 있다.

수학은 무척 역동적인 대상이라는 시각을 모든 학생이 갖게 하기 위하여 컴퓨터를 비롯한 각종 교구들의 사용으로 추상적인 수학의 내용을 시각화할 수 있게 되었고, 학생들이 직접 활동하게 함으로써 기존의 지식 전달 위주의 교육 방법과 교실 중심의 획일적 교육에서 탈피하여 다양한 학습활동을 수행할 수 있어 수학 학습의 어려움을 해결해 주게 되었다. 따라서 학생들에게 학습에 대한 흥미와 관심을 갖도록 하고 수학 학습의 필요성을 느낄 수 있도록 하기 위해서는 정보통신 매체가 학교현장의 수업에서 적절히 활용되어야 한다.

오늘날 교육에서는 정보화 사회로의 구조적 변환으로 테크놀로지의 효율적인 활용과 효과에 초점이 모아지고 있다. 컴퓨터와 인터넷으로 대표되는 정보 통신 기술교육은 정체된 교실에서 생동감 있는 교실로의 전환을 가능하게 한다. 컴퓨터를 이용해 만든 애니메이션, 그래픽, 시뮬레이션 같은 기능들은 추상적인 수학 내용을 시각화하여 지도할 수 있도록 할 뿐 아니라 증명 같은 활동을 학생들이 역동적으로 경험해 볼 수 있게 할 것이다. 또한 산술적인 계산과 대수적인 문자식의 변환을 신속히 처리함으로써 사고력을 중시하는 수학 학습으로 변화하게 할 수 있다. (신옥수, 2004)

대부분의 수학교사들은 현재 학생들과 예전 학생들을 비교 했을 때 ‘예전 학생들이 수학적 능력이 뛰어나다’는 이야기들을 하곤 한다. 예전보다도 컴퓨터 등 교육기자재가 많이 도입이 되고 에듀넷 등에서 정보통신기술을 활용하여 각 교과에 대한 많은 교육용 자료를 제작해 내어 활용하고 있는데도 불구하고 학생들



의 수학적인 능력은 오히려 떨어지고 있다는 것에 대해 의문이 생긴다.

정보통신기술을 활용한 교과교육과 관련된 연구는 정보통신기술의 활용 현황, 문제점 파악과 개선방안에 대한 연구 및 자료 개발에 대한 연구 등은 충분히 이루어져 있지만 정보통신기술을 활용한 수업이 학습에 미치는 효과에 대한 연구는 충분히 이루어져 있지 않다고 생각한다.

이에 본 연구자는 정보화 시대에 ICT를 활용한 교육의 시대적 대세를 인지하고 ICT활용 수업과 교사 설명식 수업 방법을 실시하여 학생들에게 미치는 학업성취도와 각 집단에서의 상·하 집단 중 어느 집단에 더 효과가 있는지를 분석하는데 목적을 두고 연구를 시작하였다.

## 2. 연구문제

앞에서 살펴본 연구의 필요성과 목적을 달성하기 위해 본 논문은 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.



- 1) ICT활용 수업 집단과 설명식 수업 집단 간의 학업성취도에 차이가 있는가?
- 2) ICT활용 수업 집단과 설명식 수업 집단에서 각 집단의 상·하 집단 중 어느 집단에 더 효과적인가?

## 3. 용어의 정의

본 연구에 쓰이는 용어들을 다음과 같이 정의하여 사용한다.

### 가. 정보통신기술(Information and Communication Technology)

정보통신기술은 정보기술(Information Technology)과 통신기술(Communication Technology)의 합성어로 기존의 IT개념에 Communication 즉, 정보의 공유 및 의사소통 과정을 보다 강조하는 의미를 대표하고 있다. 따라서 협의의 개념에서

정보통신기술이란 정보를 검색, 수집, 전달하기 위한 하드웨어와 소프트웨어를 의미하나, 광의의 개념으로 보면, 이들 하드웨어와 소프트웨어를 이용하여 정보를 수집, 생산, 가공, 보존, 전달, 활용하는 모든 방법을 의미한다고 할 수 있다. (한국교육학술정보원, 2001)

#### 나. 설명식수업

기존의 대부분의 교사가 사용하고 있는 수업 방법으로서, 교사가 표준화된 알고리즘을 설명하고, 학습자들은 그것을 토대로 유사한 문제들을 해결하도록 설계된 수업을 의미한다.

#### 다. 학업성취도

학업성취도는 대학수학능력시험, 대학수학능력시험 모의평가와 전국 연합 학력 평가에 출제되었던 문제 중 알고리즘 단원으로 한정하여 검사지를 만든 후 실험 처치 후에 실시한 검사 점수로 한다.



#### 라. 상·하 집단

본 연구에서 상·하 집단의 구분은 1학기 중간고사, 1학기 기말고사의 이산수학 평균 점수를 기준으로 평균 이상을 상 집단, 평균 미만을 하 집단으로 정한다.

### 4. 연구의 제한점

본 연구의 결과를 일반화시켜 적용함에 있어 다음과 같은 제한점들이 있다.

첫째, 본 연구는 제주도 서귀포시에 있는 S고등학교를 대상으로 선정하였으므로 다른 집단의 학생들에 대해서는 다르게 나타날 수 있다.

둘째, 본 연구는 고등학교 이산수학과목의 알고리즘 단원으로 한정함으로 다른

학년으로 확대 해석하는데 제한이 있다.

셋째, ICT활용교육을 위해서는 각 교실에 보급되어 있는 교단선진화 기자재가 항상 최고 성능을 발휘할 수 있는 상태로 유지 되어야 하며, 학생들의 컴퓨터 활용 능력 및 인터넷에 대한 선수 학습 등이 이루어져야 하다.



## Ⅱ. 이론적 배경

고등학교 이산수학 과목의 교수-학습에 관련하여 ICT활용교육과 알고리즘단원의 이론적 배경에 대하여 살펴보고자 한다.

### 1. ICT 교육

ICT와 관련된 교육 활동은 크게 ICT소양교육과 ICT활용교육으로 나눌 수 있다.<sup>1)</sup>

#### 가. ICT소양교육

ICT의 사용 방법을 비롯한 정보의 생성, 처리, 분석, 검색 등 기본적인 정보 활용 능력을 기르는 교육을 의미한다. ICT소양교육은 학교장 재량활동 시간이나 특별활동 시간에 독립 교과 혹은 특정 교과의 내용 영역으로 실시되는 ICT에 관한 교육을 말한다. 초등학교의 실과, 중학교의 컴퓨터, 고등학교의 정보 사회와 컴퓨터 교과를 통해 학생들이 컴퓨터, 각종 정보 기기, 멀티미디어 매체, 응용프로그램을 다룰 수 있는 기본적인 소양을 기르는 것을 말한다.<sup>2)</sup>

#### 나. ICT활용교육

기본적인 정보소양 능력을 바탕으로 학습 및 일상생활의 문제해결에 정보통신 기술을 적극적으로 활용할 수 있도록 하는 교육을 의미한다. ICT활용교육은 각 교과시간에 정보통신 기기를 활용하여 교과의 목표를 가장 효과적으로 달성하기

---

1) 한국교육학술 정보원 ICT활용 교수-학습 과정안 자료집. 중등교원연수용 교재.(2001)

2) 유숙현, 정보통신기술(ICT)활용 교육의 문제점 및 활성화 방안. p.7~8.

한양대학교 교육대학원 논문.(2001)

위한 교육활동, 즉 ICT를 도구적으로 활용하여 학습자의 학습동기를 유발하고 자기 주도적인 학습능력을 신장시키려는 교육활동을 의미한다. 예를 들면 교육용 CD-ROM 타이틀을 이용하여 수업을 하거나 혹은 인터넷 등을 통한 웹 자료를 활용하여 교수-학습을 하는 형태이다.

이러한 ICT활용교육의 목적은 학생들의 창의적 사고와 다양한 학습활동을 촉진시켜 학습목표를 효과적으로 달성할 수 있도록 지원하는데 있으며, 보다 궁극적으로는 이러한 ICT를 이용하여 학습과 일상생활에서 당면하는 문제를 효과적으로 해결할 수 있도록 하는 데 있다. 따라서 ICT활용교육은 그 교과목의 특성과 ICT의 특성이 적절하게 조화를 이룰 때에 교육적인 효과가 가장 크다고 할 수 있다.

## 다. ICT소양교육과 ICT활용교육의 관계

ICT소양교육과 ICT활용 교육은 밀접한 관계를 가지고 있다. 실제적으로 교과 학습에 필요한 ICT활용 능력은 각 교과 시간에 다루기 어렵기 때문에 특정 시간에 실시되는 소양교육을 통하여 이루어진다. 학습자들은 소양교육으로 ICT에 대한 기초적인 지식과 활용 능력을 습득하고, 이를 토대로 각 교과에서 ICT를 활용한 교수-학습 활동을 해 나갈 수 있다. 이 두 가지의 교육이 서로 연계하여 이루어질 때 ICT활용교육은 가장 효과적으로 이루어진다.<sup>3)</sup>

## 2. ICT교육의 필요성

지식·정보화 사회의 발전으로 정보 통신 기술을 활용하여 자료와 정보를 처리하고, 이를 바탕으로 새로운 지식을 만들고 문제를 해결하는 능력은 개개인의 생존과 발전에 가장 밀접하고 기본적인 요건이 되었다. 이러한 능력은 학교 교육을 통해 길러주어야 한다. 단순히 정보 통신 기술을 다루는 능력뿐만 아니라 정

---

3) 김종훈 김종진 정원희 공저. ICT활용 교육 이렇게 쉽네. 학지사. 2002

보 통신 기술을 여러 가지 문제 상황에 맞추어 적용할 수 있는 능력이 중요하다. 따라서 이제는 모든 학생들이 정보 통신 기술을 충분히 배우고 익혀 자신의 삶과 문제 해결에 활용할 수 있도록 하여야 한다.

또한 교육 정보화 물적 인프라 구축으로 국가의 지식 정보화가 급류를 타면서 정보화의 핵심인 학생들이 ICT를 습득하고 활용할 수 있는 능력을 갖출 필요가 대두되었다. 이에 따라 ICT에 관한 소양 교육을 국민 공통 기본 교육 과정을 이수하는 모든 학생에게 제공함으로써 누구나 ICT를 학습과 문제 해결에 활용할 수 있도록 국가 수준의 ICT교육 방안을 마련하게 되었다.<sup>4)</sup>

지식·정보화 사회에서 활동할 유능한 인재를 양성하기 위해서는 각 교과교육에서 학습자들에게 새로운 환경에 맞는 지식과 경험을 제공해 주어야 하며, 이를 위해 ICT의 교육적 활용가능성을 넓혀 보다 교육의 질을 개선할 수 있는 방안이 모색되어야 한다. 세계적으로도 ICT활용교육은 단순히 컴퓨터를 사용하는 방법을 가르치는 것을 넘어 교과수업에 ICT를 접목시키는 방향으로 나아가야 한다.

이러한 측면에서 ICT활용교육의 필요성은

첫째, 학습의 자율성 및 유연한 학습활동제공

둘째, 자기 주도적 학습 환경 제공

셋째, 창의력 및 문제 해결력 신장

넷째, 교육의 장 확대

등으로 정리할 수 있다.<sup>5)</sup>

### 3. 알고리즘의 이론적 배경<sup>6)</sup>

알고리즘의 영역은 수학의 가치를 높이는 데 크게 기여할 수 있다. 실생활의

---

4) 교육부. 초·중등학교 정보통신 기술 교육 운영 지침 해설서. 2000

5) 한국교육학술 정보원. ICT활용 교수-학습 과정안 자료집. 중등교원연수용 교재.2001

6) 신현성 외. 이산수학 교사용 지도서. 교육인적자원부. 강원대학교 1층 도서관  
찬위원회.2002.

이해는 연역적인 접근보다 오히려 귀납적인 방법이 보다 효과적일 때가 많다. 단순한 경우부터 살펴 가면 복잡한 경우가 알고리즘적인 관계로 쉽게 파악이 되거나 모델화될 수 있다. 문제해결의 과정에서도 알고리즘적인 사고는 아주 중요하다. 수열과 점화식도 실생활에 기반을 두어 새로운 각도에서 접근함으로써 수학 탐구 활동을 경험하고 수학이 단순한 수의 나열이 아님을 인식하게 할 수 있다.

정수의 성질을 살피는 수학적 탐구 과정은 인류 역사 이래의 문제가 현재도 연구되고 있고, 약간의 끈기만 있으면 수학에서 새로운 발견을 할 수 있다는 자신감을 줄 수 있다. 이것은 수학이 결코 무미건조하고 딱딱한 학문이 아니라는 인식을 갖도록 내적 충동을 줄 필요가 있다. 정수에 대한 최대공약수 판정 알고리즘을 알고 있다면 다양한 실험을 행할 수 있다.

또한, 점화관계는 수학과 타 학문이 관계를 통합해 주는 이상적인 환경도 제공한다. 생태학의 개체 증가의 문제는 이미 점화관계를 사용하여 모델화되어 이용된다.  $P_n$ 을  $n$ 세대의 생존율이라고 하면  $P_0$ 는 초기의 개체 수의 상태,  $P_n=0$ 은 소멸상태,  $P_n=1$ 은 포화상태를 의미하게 된다. 수식이 어떤 의미를 갖는지를 아는 것은 수학과 과학적 사고의 또 다른 시작이 되는 것이다.

한편, 알고리즘의 개발과 분석은 문제를 컴퓨터를 써서 해결하는 방법의 핵심을 이룬다. 알고리즘적 관점에서 수학을 구성하는 기회를 일관되게 제공하고 컴퓨터나 계산기를 활용하도록 장려하여 효율적인 계산에 익숙하게 하고 기술 공학적 도구를 수학 활동에 편입시킴으로써 생활인으로서 갖추어야 할 기본 소양을 준비시켜야 한다.

수학의 학습은 많은 경우에 논리적 전개를 너무 중시함으로써 사고의 역동성에 익숙하지 않은 학생들에게는 수학이 정적이라는 편견을 갖게 한다. 이것이 수학이 무미건조하다는 비난의 근거가 된다. 수학은 무척 역동적인 대상이라는 시각을 모든 학생이 갖도록 함으로써 이러한 비난을 불식하여야 한다.

두 항 또는 세 항 사이의 관계는 반복의 수학으로 자연스럽게 발전시킬 수가 있다. 이 경우의 수학 주제와 활동은 계산기나 컴퓨터의 사용을 요구하여 육체적으로도 결코 정적일 수가 없을 뿐만 아니라, 이 주제를 이르는 수학적 용어처럼 다이나믹 시스템이 된다. 또, 무심하게 지나쳤던 중학교 과정의 내용들을 새로운

관점에서 다시 접근하게 함으로써 수학적으로 풍부한 아이디어가 아주 가까이 있음을 깨닫게 해 준다. 또한, 소프트웨어를 수학적 도구로 사용하는 환경을 제시하여 다양한 활동을 하게 해 줄 수 있다. 고등학교 교과서에 나오는 알고리즘과 관련된 몇 가지 내용을 살펴보자.

## 가. 수의 알고리즘

수의 배열에서는 많은 경우에 도형과 관련되어 있는 규칙성을 관찰할 수 있다. 먼저 도형과 관계되는 수의 배열에 관하여 살펴보기로 한다. 수의 규칙성을 살필 때는 문제 해결의 반복적인 절차에 따르는 알고리즘적인 관점에서 다루는 것이 바람직하다.

### 1) 도형과 수

#### 가) 각수



각수(polygonal numbers)는 다음과 같이 만들어진다.

$1+1+1+1+\dots$ 은 자연수 1, 2, 3, 4, 5, ...

$1+2+3+4+5+\dots$ 은 삼각수 1, 3, 6, 10, 15, ...

$1+3+5+7+9+\dots$ 은 정사각형수 1, 4, 9, 16, 25, ...

$1+4+7+10+13+\dots$ 은 오각수 1, 5, 12, 22, 35, ...

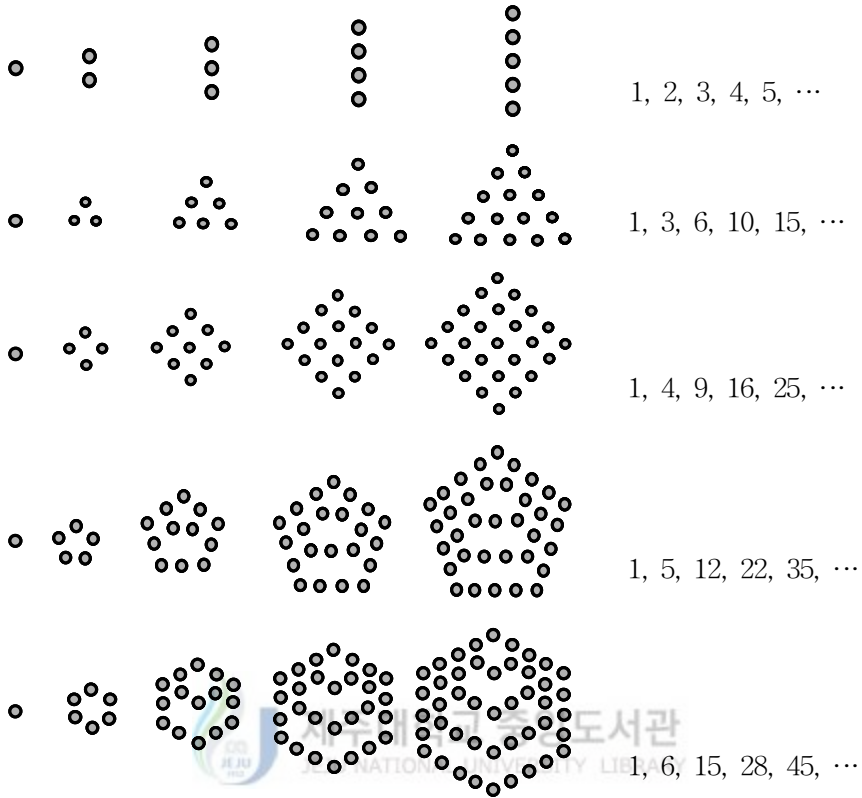
$1+5+9+13+17+\dots$ 은 육각수 1, 6, 15, 28, 45, ...

$1+6+11+16+21+\dots$ 은 칠각수 1, 7, 18, 34, 55, ...

$1+7+13+19+25+\dots$ 은 팔각수 1, 8, 21, 40, 65, ...

이와 같이 각각의 각수의 공차가 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7인 등차수열에서 각 항을 더해 나가면 그 공차보다 2가 많은 각수가 나온다. 이를 도형으로 그리면 다음과 같다.





이 각수들의 성질은 다음과 같음을 알 수 있다.

첫째, 각 수열의 세 번째 항은 3의 배수이다. 또, 5번째 항은 5의 배수이다. 또, 7 번째 항은 7의 배수이다.

둘째, 모든 육각수는 삼각수이다.

셋째, 모든 오각수는 삼각수의  $\frac{1}{3}$ 이다.

나) 페어리(Farey) 분수와 포드(Ford)의 원

1816년도에 영국의 지질학자 페어리(Farey)는 0과 1 사이의 모든 분수를 크기 순으로 나열하려 했다. 물론 그 뜻대로 나열하는 것은 불가능하다. 왜냐하면 0 다음의 유리수는 없기 때문이다. 따라서, 그는 점차 유리수를 크기순으로 채워 나가는 방법을 발견한 것이다. 다음과 같이 단계적으로 크기순으로 채워 나갔다.

$$\begin{array}{cccccc} \frac{0}{1} & & & & & \frac{1}{1} \\ \frac{0}{1} & & & \frac{1}{2} & & \frac{1}{1} \\ \frac{0}{1} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{2}{3} & \frac{1}{1} & \\ \frac{0}{1} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{2}{5} & \frac{1}{2} & \frac{3}{5} & \frac{2}{3} & \frac{3}{4} & \frac{1}{1} \end{array}$$

이것은 다음과 같은 성질을 갖는다.

첫째, 각 단계의 수열의 연속된 두 항  $\frac{a}{c}, \frac{b}{d}$ 에 대하여 그 다음 단계의 중간 항

$\frac{a+b}{c+d}$ 는 기약분수이다.

둘째, 각 단계의 수열은 크기 순서대로 나타난다.

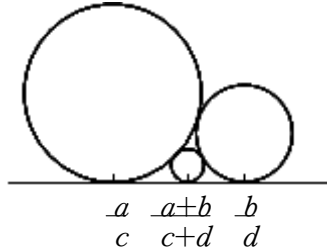
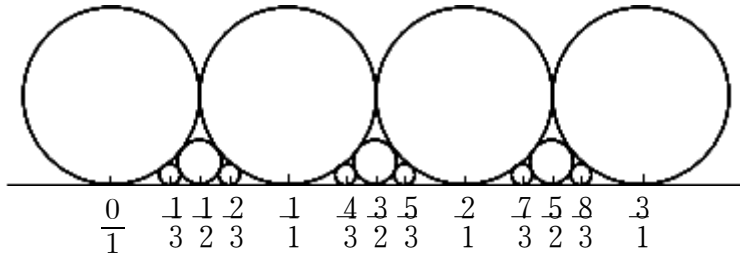
셋째, 각 단계의 수열의 연속된 두 항  $\frac{a}{c}, \frac{b}{d}$ 에 대하여  $ad, bc$ 는 연속된 두 자

연수가 된다.

넷째, 모든 기약분수가 나타나며, 오직 한 번 나타난다.

실제로 페어리  $N$ 단계의 수는  $N$ 과 같거나 작은 분모를 가지는 0과 1사이의 기약분수를 크기 순으로 나열한 것이다. 이렇게 정의하면 중간 항이  $\frac{a+b}{c+d}$ 라는 공식을 증명한 사람은 그 유명한 수학자 코쉬(Cauchy)라고 알려졌다. 실제로 교과서에서와 같은 방식대로 나열하는 것을 Stern-Brocot Tree라 불린다.

Ford는 수직선 위의 페어리 수열을 어떤 원과 만나는 점으로 그릴 수 있음을 보였다. 즉, 수직선 위의 한 유리수  $\frac{p}{q}$ 에 접하는 반지름이  $\frac{1}{2q^2}$ 인 원을 그려나간다. 그러면 다음과 같은 그림이 생기고, 그 접점은 페어리 수열이 된다.



## 2) 정수의 기본 성질

### 가) 소수

1보다 큰 자연수는 적어도 하나의 소수의 약수를 가진다. 이 사실로부터 시간이 걸리지만 소수를 다음과 같이 계속 찾아 나갈 수 있다. 이는 유클리드의 소수의 무한성의 증명과 같다.

$$2 + 1 = 3$$

$$2 \cdot 3 + 1 = 7$$

$$2 \cdot 3 \cdot 7 + 1 = 43$$

$$2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 43 + 1 = 1807$$

⋮

소수에 관해서는 많은 정리가 있다. 그 중에서 가장 유명한 것으로 페르마의 정리(Fermat little theorem)가 있다.

「 $a$ 가 소수  $p$ 의 배수가 아니면  $a^p - 1$ 을  $p$ 로 나눈 나머지는 1이다.」

이를 일반화한 정리로 오일러의 정리(Euler theorem)가 있다.

「 $a$ 와  $m$ 이 서로소이면  $a^{\phi(m)}$ 을  $m$ 으로 나눈 나머지는 1이다.」

여기서  $\phi(m)$ 은 1부터  $m$ 까지 자연수 중에서  $m$ 과 서로소인 수의 개수를 말

한다. 즉  $\phi(5)$ 는 1, 2, 3, 4, 5 중에서 5와 서로소인 것 1, 2, 3, 4의 개수 4이다. 또,  $\phi(6)$ 은 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 6과 서로소인 것 1, 5의 개수 2이다. 즉  $p$ 가 소수이면  $\phi(p) = p - 1$  임을 쉽게 알 수 있어 오일러의 정리는 페르마의 정리의 일반화이다.

(예) 10의 거듭제곱꼴을 7로 나눈 나머지를 조사하면 3, 2, 6, 4, 5, 1, 3, 2, ...가 되고,  $10^6$ 은 7로 나눈 나머지가 1이 된다. 그런데 2의 거듭제곱꼴을 7로 나눈 나머지를 조사하면 2, 4, 1, 2, 4, 1, ...이 되고,  $2^3$ 은 7로 나눈 나머지가 1이 된다. 이는 7로 나눈 나머지가 1이 되는 최초의 지수(이를 위수(order)라 한다)는 6의 약수가 된다는 의미이다. 따라서,

$$\frac{10}{7} = ? + \frac{3}{7} = 1.428571428\cdots$$

$$\frac{100}{7} = ? + \frac{2}{7} = 14.28571428\cdots$$

$$\frac{1000}{7} = ? + \frac{6}{7} = 142.8571428\cdots$$

$$\frac{10000}{7} = ? + \frac{4}{7} = 1428.571428\cdots$$

$$\frac{100000}{7} = ? + \frac{5}{7} = 14285.71428\cdots$$

$$\frac{1000000}{7} = ? + \frac{1}{7} = 142857.1428\cdots$$

과 같이 계산된다. 소수점 이하의 주기는 7에 대한 10의 위수가 됨을 알 수 있다.

#### 나) 최대공약수

두 자연수  $a, b$ 에 대한 최대공약수는  $(a, b)$ 와 같이 나타낸다. 둘 중 어느 하나만 0이면 그 최대공약수는 0이 아닌 수로 정의한다. 그러면 최대공약수에 다음과 같은 성질이 있다.

첫째,  $(a, b) = ma + nb$  (단,  $m, n$ 은 적당한 정수)

둘째,  $a = bq + r$ 이면  $(a, b) = (b, r)$

유클리드 알고리즘이란 둘째식을 써서 한 수가 0이 될 때까지 반복하는 작업이다.

## 나. 점화관계(recurrence relation)

두 항 또는 세 항 사이의 관계에 의한 수열의 점화관계는 실생활에 기반을 두어 새로운 각도에서 접근함으로써 수학 탐구 활동을 경험하고 수학이 단순한 수의 나열이 아님을 인식하게 할 수 있다.

다양한 점화관계가 있지만 여기서는 다음 네 가지 정도만을 다루도록 하겠다.

- (1)  $a_{n+1} = a_n + d$
- (2)  $a_{n+1} = ra_n$
- (3)  $a_{n+1} = Aa_n + B$
- (4)  $Aa_{n+2} + Ba_{n+1} + Ca_n = 0$  ( $A, B, C$ 는 상수)

(1), (2)는 각각 등차수열과 등비수열로 일반항은  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ,  $a_n = a_1 r^{n-1}$ 이다.

(3)  $a_{n+1} = Aa_n + B \Rightarrow a_{n+1} + a = A(a_n + a)$ 로 변형후

초항이  $a_1 + a$  공비가  $A$ 인 등비수열의 일반항을 구하면

즉,  $a_n + a = (a_1 + a)A^{n-1} \therefore a_n = (a_1 + a)A^{n-1} - a$  이 된다.

이 점화관계에 대한 대표적인 예로 하노이 탑에 관한 문제를 들 수 있다.

(예) 베나레스에는 세계의 중심이 있고, 그 곳에는 아주 큰 사원이 있다. 이 사원에는 높이 50 cm 정도 되는 다이아몬드 막대 3개가 있다. 그 중 한 막대에는 천지 창조 때에 신이 구멍을 뚫린 64장의 순금으로 된 원판을 크기가 큰 것부터 아래에 놓이도록 하면서 차례로 쌓아 놓았다. 그리고 신은 승려들에게 밤낮으로 쉬지 않고 한 장씩 원판을 옮기어 빈 다이아몬드 막대 중 어느 곳으로 모두 옮겨 놓도록 명령하였다. 원판은 한 번에 한 개씩 옮겨야 하고, 절대로 작은 원판 위에 큰 원판을 올려 놓을 수 없다. 64개의 원판이 본래의 자리를 떠나 다른 한 막대

로 모두 옮겨졌을 때에는 탑과 사원, 승려들은 모두 먼지가 되어 사라지면서 세상의 종말이 온다.

이 하노이탑에 대한 점화관계를 식으로 나타내면  $a_n = 2a_{n-1} + 1$ 이 된다. 전설에서처럼 64개를 옮길 때, 한 번 옮기는 시간을 1초 걸린다고 하면 64개를 옮기는 데는  $2^{62} - 1$ 초가 걸린다는 것을 알 수 있고, 이를 년으로 환산하면, 대략 5833억 년 정도라고 한다.

(4)는 세 항 사이의 관계에 의한 점화관계로 대표적인 예로 피보나치 수열을 들 수 있다.

(예) (Fibonacci 수열) “한 쌍의 토끼가 있다. 이 토끼는 매달 암수 한 쌍의 새끼를 낳으며, 새로 태어난 토끼도 태어난 지 두 달 후면 어미가 되어 꼭 한 쌍씩의 새끼를 낳는다고 하자. 그러면 처음 한 쌍의 토끼로부터 1년간에는 합계 몇 쌍의 토끼가 태어날 것인가?”

이 문제에 대한 점화관계를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$a_{n+1} - a_n - a_{n-1} = 0 \quad (n=0, 1, 2, \dots)$$

이 점화식의 일반항을 구해보자.

구하고자 하는 이차방정식은  $\lambda^2 - \lambda - 1 = 0$ 이고,

이를 풀면  $\lambda_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ ,  $\lambda_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ 이다.

따라서 일반해는  $a_n = C_1 \lambda_1^n + C_2 \lambda_2^n$  ( $C_1, C_2$ 는 상수)의 꼴이다.

여기서 초기 조건  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 1$ 을 써서 두 상수  $C_1, C_2$ 를 결정하면

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^{n+1} - \left( \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^{n+1} \right\}$$

으로 주어진다. 이식은 보기와 달리  $n=0, 1, 2, \dots$ 에 대해  $a_n$ 은 자연수가 된다.

피보나치 수열에서 연속한 항들의 비를 택하여 수열의 극한을 구하면 다음과 같은 황금비가 나온다. 즉,

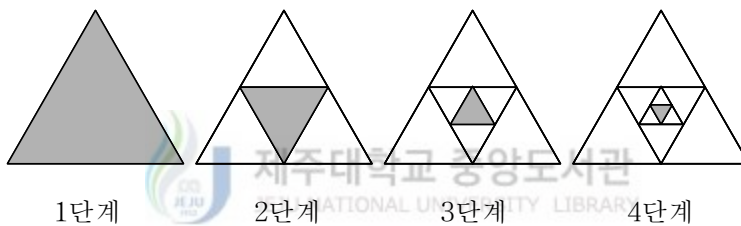
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

그리고 피보나치 수열은 해바라기씨의 배열, 솔방울, 꽃잎, 줄기에 붙어 있는 잎사귀나 가지가 피어나는 순서, 달팽이, 태풍의 눈, 우리의 몸의 손가락과 손가락 관절, 꿀벌이 번식하는 수 등 자연 현상에서도 찾아볼 수 있다.

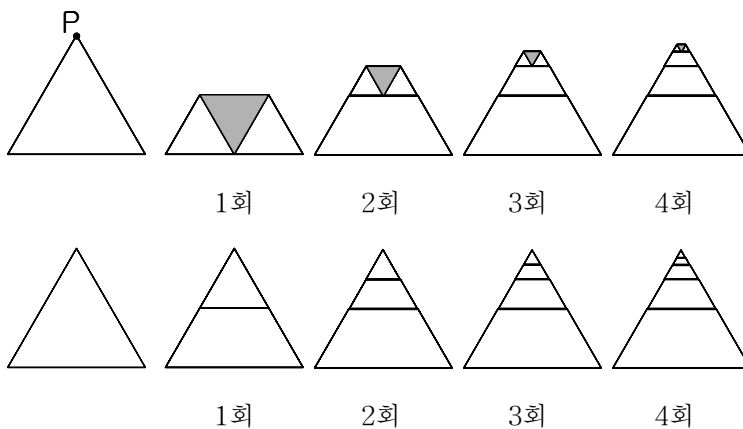
## 다. 반복의 수학(Iteration)

### 1) 도형의 반복 알고리즘

같은 과정이 반복되는 수의 계산이나 문제 해결에 필요한 처리 과정의 순서를 단계적으로 정리한 것을 알고리즘이라고 하는데 수의 성질을 연구하거나 도형의 모습을 반복해서 그려보면 재미있는 결과를 얻을 수 있다.



예를 들어 보면 이등변삼각형을 가지고 그림처럼 처음엔 반을 접고 두 번째는 반의 반을 접고 다음엔 또 반을 접어 나가면서 단계별 삼각형의 수와 생성된 삼각형의 넓이를 조사해 보면서 그림을 관찰하면 도형의 아름다운 모습뿐 아니라 많은 것들의 일정한 규칙을 발견할 수 있다.



횟수	0	1	2	3	...	$n$
삼각형 수	1	2	3	4	...	$n + 1$
새로 생성된 삼각형 넓이	$a$	$\frac{1}{4}a$	$(\frac{1}{4})^2a$	$(\frac{1}{4})^3a$	...	$(\frac{1}{4})^na$

이외에도 생성된 삼각형의 총합을 구할 수 있다.

반복의 수학은 기하학적인 입장으로 분수 차원의 도형을 이해하게 한다. 예를 들어 주어진 선분의 주기는  $\frac{1}{3}$ 을 제외하여 2개의 선분을 얻고, 그 다음 단계에서 얻어지는 각 선분은 다시 중간  $\frac{1}{3}$ 을 제외하여 다음 단계의 선분조각을 얻는 반복 알고리즘을 무한히 적용하여 남은 집합을 생각해 보자.



이 집합을 칸토어 집합이라고 한다. 이 집합의 차원은

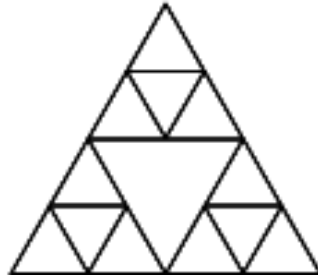
$$\frac{\log\left(\frac{\text{다음단계의선분의수}}{\text{전단계의선분의수}}\right)}{\log\left(\frac{1}{\text{축소비}}\right)} = \frac{\log\frac{2}{1}}{\log\frac{1}{\frac{1}{3}}} = \frac{\log 2}{\log 3}$$

이다. 이것은 임의의 단계의 선분의 수를 생각해도 일정한 값이 되는데 이 비가 소수로 나타나기 때문에 1975년에 B.Mandelbrot는 이러한 도형을 분수차원의 도형 곧, 프랙탈(Fract=분수, tal=도형)이라 이름 지었다.

교과서에 소개한 시어핀스키 삼각형



의 차원은  $\frac{\log \frac{2}{1}}{\log \frac{1}{\frac{1}{3}}} = \frac{\log 2}{\log 3}$  이다.



도형	조각의 수	축소율(r)	차원
선분	3(길이 1인 선분을 3등분했을 때의 개수) 6 9	$\frac{1}{3}$ (길이 1인 선분을 3등분했을 때의 개수) $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{9}$	$\frac{\log 3}{\log 3} = 1$ $\frac{\log 6}{\log 6} = 1$ $\frac{\log 9}{\log 9} = 1$
정사각형	$9=3^2$ (각 변을 3등분) $36=6^2$ (각 변을 3등분)	$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$	$\frac{\log 9}{\log 3} = 2$ $\frac{\log 36}{\log 6} = 2$
정육면체	$27=3^3$ $216=6^3$	$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$	$\frac{\log 27}{\log 3} = 3$ $\frac{\log 216}{\log 6} = 3$
코흐곡선	4 16 $4^k$	$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{3}$	$\frac{\log 3}{\log 4} = 1.26$ $\frac{\log 16}{\log 9} = 1.26$

### Ⅲ. 연구 방법 및 절차

#### 1. 연구대상

이 연구는 제주도 서귀포시에 소재하는 S고등학교 1학년 학생들을 대상으로 하며 서귀포시는 비평준화 지역으로 선지원 후시험에 의한 방법으로 학생들을 선발하는 지역으로 학교 간 학력차, 학부모들의 관심도, 생활수준 등에서 편차가 심한 지역이고 연구 대상 학교인 S고등학교는 학부모들의 교육열과 관심도가 높은 편이다.

1학기 중간고사, 기말고사의 이산수학 평균 점수는 70.01이며, 7개 학급 중 두 개의 학급을 임의로 선정하여 평균점수를 기준으로 실험집단과 비교집단으로 나누고 이 집단을 대상으로 평균 이상을 상 집단, 평균 미만을 하 집단으로 소분류 하였으며 집단의 구성 학생 수는 다음 <표 Ⅲ-1>과 같다.

<표 Ⅲ-1> 집단 구성 학생 수

집단		표집의 수	계	비고
실험집단	상	15	29	
	하	14		
비교집단	상	18	30	
	하	12		

## 2. 연구 설계

본 연구는 실험집단과 비교집단간의 학업성취도 비교와 실험처치에 대한 상호 작용 효과를 분석하기 위하여 <표 III-2>와 같은 2×2 Factorial Design을 적용한다.

<표 III-2> 2×2 Factorial Design

구분		설명식 수업	ICT활용수업	비교
학업성취도	상 집단			
	하 집단			

## 3. 검사 도구



실험집단과 비교집단이 동질집단인지 알아보기 위해 사전 검사를 하였고, 연구 문제를 해결하기 위하여 사후 학업성취도 검사를 실시하였다.

사전 학업성취도 검사는 실험집단과 비교집단의 동질성 여부와 두 집단을 각각 상·하 집단으로 나누기 위한 검사로 이산수학 교과서 내용 체계를 기준으로 1학기 중간고사, 1학기 기말고사의 평가지로 구성되었다.

사후 학업성취도 검사는 실험집단과 비교집단의 학업성취도 검사와 각 집단 간 상 집단과 하 집단 중에서 어디에 더 효과가 있는지를 검정하기 위한 검사로 학업성취도 평가 문항은 대학수학능력시험, 대학수학능력시험 모의평가와 전국 연합 학력평가 시험지를 중심으로 알고리즘단원으로 한정하여 구성하였다. 각 문항의 구체적인 내용은 <부록1>와 같고, 검사 문항은 <부록2>에 제시하였다.

## 4. 검사 방법 및 절차

### 가. 사전 검사

실험 처치 전에 실험 집단과 비교 집단이 동질 집단인지를 확인하고 각 집단의 상·하 집단을 구분하기 위해 실시하였다. 사전 학업성취도 검사는 2005년 3월 ~ 2005년 7월에 실시한 이산수학 중간고사와 기말고사 평가 점수를 t-검정으로 조사한다.

### 나. 실험 처치

본 연구의 실험은 2005년 9월 1일 ~ 2005년 10월7일까지 정규수업시간에 실시하였으며 실험집단은 컴퓨터와 빔프로젝트 등을 활용하여 학습자료 내용을 제시하였으며 비교집단은 교사주도의 전통적 설명식 수업으로 지도하였다. 또한 각 집단별로 수업의 총 차시는 10차시로 같게 하였다.



### 다. 사후 검사

ICT를 활용한 집단과 전통적 설명식수업을 활용한 집단사이의 상·하 집단에 대한 학업성취도 차이여부와 어느 집단에 더 효과가 있는지를 알기 위한 자료를 수집하기 위하여 2005년 10월 15일 1시간 동안 사후 검사를 실시하였다.

## 5. 자료의 분석

본 연구에서 알고리즘 단원의 ICT활용 수업에서의 효과를 분석하기 위하여 SPSS12.0통계 프로그램을 사용하여 분석하였다.

첫째, 실험집단과 비교집단이 동질집단임을 알아보기 위하여 사전 검사로 전체 집단과 상 집단, 하 집단을 구별하여 성취도 평균의 차를 t-검정하였다.

둘째, 연구문제 1은 실험 처치 후 ICT활용 수업 집단과 교사 설명식 수업 집단 간에 학업성취도에 대해 유의미한 차이가 있는지를 알아보기 위한 것으로 사후 검사의 결과를 t-검정하였다.

셋째, 연구문제 2는 ICT활용 수업집단과 교사 설명식 수업집단에 대한 각 집단의 상·하 집단 중 어디에 더 효과적인지를 알아보기 위한 것으로 각 집단의 상·하 집단에 대한 사후 검사의 결과를 t-검정하였다.



## IV. 연구 결과 분석 및 논의

### 1. 연구 결과

#### 가. 사전 검사 결과

실험 처치 전에 ICT활용 수업을 한 실험 집단과 교사 설명식 수업을 한 비교 집단의 동질성 여부 그리고 각 집단 내의 상·하 집단들의 동질집단인지를 알아보기 위하여 2005년 3월 ~ 2005년 7월에 실시한 이산수학 중간고사와 기말고사 평가 점수를 활용하였다.

#### 1) 전체 집단의 결과 분석

실험집단과 비교집단의 동질성 여부를 조사하기 위하여 두 집단의 학업성취도 평균의 차를 t-검정하였다. 그 결과는 <표IV-1>과 같다.

<표IV-1> 사전 검사 결과 - 전체집단

구분	집단	N	M	SD	df(자유도)	t-value	p-value
실험전	비교집단	30	69.24	16.42	57	-0.387	0.70
	실험집단	29	70.81	14.75			

p>.05

실험집단과 비교집단의 사전 성취도 검사 결과를 t-검정한 결과<IV-1>과 같이 실험집단과 비교집단의 평균 차이는 유의수준 0.05에서 유의미한 차이가 있다고 볼 수 없다. 따라서 실험집단과 비교집단 전체는 동질 집단임을 알 수 있다.

## 2) 상위 집단의 결과 분석

실험집단과 비교집단의 상위 집단에 대한 동질성 여부를 조사하기 위하여 두 집단의 학업 성취도 평균의 차를 t-검정하였다. 그 결과는 <표IV-2>와 같다.

<표IV-2> 사전 검사 결과 - 상위집단

구분	집단	N	M	SD	df(자유도)	t-value	p-value
실험전	비교집단	18	79.84	7.69	31	-1.039	0.307
	실험집단	15	82.53	7.08			

p>.05

실험집단과 비교집단의 상위 집단에 대한 사전 성취도 검사 결과를 t-검정한 결과<IV-2>와 같이 실험집단과 비교집단의 상위 집단에 대한 평균 차이는 유의 수준 0.05에서 유의미한 차이가 있다고 볼 수 없다. 따라서 실험집단과 비교집단의 상위집단은 동질 집단임을 알 수 있다.

## 3) 하위 집단의 결과 분석

실험집단과 비교집단의 하위 집단에 대한 동질성 여부를 조사하기 위하여 두 집단의 학업 성취도 평균의 차를 t-검정하였다. 그 결과는 <표IV-3>과 같다.

<표IV-3> 사전 검사 결과 - 하위집단

구분	집단	N	M	SD	df(자유도)	t-value	p-value
실험전	비교집단	12	53.34	12.64	24	-1.14	0.266
	실험집단	14	58.25	9.29			

p>.05

실험집단과 비교집단의 하위 집단에 대한 사전 성취도 검사 결과를 t-검정한 결과<표IV-3>와 같이 실험집단과 비교집단의 하위 집단에 대한 평균 차이는 유의수준 0.05에서 유의미한 차이가 있다고 볼 수 없다. 따라서 실험집단과 비교집단의 하위집단은 동질 집단임을 알 수 있다.

위의 결과에 의해 실험집단과 비교집단은 전체적으로 동질집단이고 상·하 집단도 동질집단임을 알 수 있다.

## 나. 사후 검사 결과

실험 처치 후 ICT활용 수업을 한 실험 집단과 교사 설명식 수업을 한 비교 집단 그리고 각 집단의 상·하 집단 간에 학업성취도의 차이를 알아보기 위해 2005년 10월 15일 사후 검사를 실시한 평가 검사결과를 활용하였다.

### 1) 전체 집단의 결과 분석

실험집단과 비교집단의 학업 성취도 효과 분석을 위하여 실험 처치 후 두 집단의 학업성취도 평균의 차를 t-검정하였다. 그 결과는 <표IV-4>과 같다.

<표IV-4> 사후 검사 결과 - 전체집단

구분	집단	N	M	SD	df(자유도)	t-value	p-value
실험 후	비교집단	30	66.14	13.19	57	-1.288	0.203
	실험집단	29	70.11	10.24			

p>.05



실험집단과 비교집단의 사후 성취도 검사 결과를 t-검정한 결과<IV-1>과 같이 실험집단과 비교집단간의 유의확률=0.203이므로 유의수준 0.05에서 유의미한 차이를 보이지 않았다. 따라서 실험집단과 비교집단간의 학업성취도에 대한 차이는 있다고 볼 수 없다.

## 2) 상 집단의 결과 분석

실험집단과 비교집단의 상 집단에 대한 학업 성취도 효과 분석을 위하여 실험 처치 후 두 집단의 학업성취도 평균의 차를 t-검정하였다. 그 결과는 <표IV-5>과 같다.

<표IV-5> 사후 검사 결과 - 상 집단

구분	집단	N	M	SD	df(자유도)	t-value	p-value
실험 후	비교집단	18	72.68	8.77	31	-0.396	0.695
	실험집단	15	73.96	9.66			

p>.05

실험집단과 비교집단의 상위 집단에 대한 사후 성취도 검사 결과를 t-검정한 결과<표IV-5>와 같이 실험집단과 비교집단의 상위 집단사이의 유의확률=0.695이므로 유의수준 0.05에서 유의미한 차이를 보이지 않았다. 따라서 실험집단과 비교집단의 상위 집단에 대한 학업성취도에 대한 차이는 있다고 볼 수 없다.

## 3) 하 집단의 결과 분석

실험집단과 비교집단의 하위 집단에 대한 학업 성취도 효과 분석을 위하여 실험 처치 후 두 집단의 학업성취도 평균의 차를 t-검정하였다. 그 결과는 <표IV-6>과 같다.

<표IV-6> 사후 검사 결과 - 하 집단

구분	집단	N	M	SD	df(자유도)	t-value	p-value
실험 후	비교집단	12	56.33	12.84	24	-2.202	0.038
	실험집단	14	65.99	9.49			

p>.05

실험집단과 비교집단의 하위 집단에 대한 사후 성취도 검사 결과를 t-검정한 결과<표IV-5>와 같이 실험집단과 비교집단의 하위 집단사이의 유의확률=0.038 이므로 유의수준 0.05에서 실험집단과 비교집단의 하위 집단에 대해서는 유의미한 차이가 있다고 볼 수 있다.

연구 문제 2의 ICT활용 수업과 교사 설명식 수업은 상·하 집단 중 어느 집단에 더 효과적인지를 알아보기 위해 t-검정을 살펴본 결과 실험집단과 비교 집단 전체적으로는 유의미한 차이를 보이지 않고 있으며 상위 집단에서도 유의미한 차이를 보이지 않고 있다. 그러나 하위 집단에서 유의미한 차이를 보이고 있으며 실험집단의 하위 집단과 비교집단의 하위 집단사이에 어느 집단에 더 효과적인지를 알아보기 위하여 각 하위 집단의 학업성취도 검사 점수의 평균을 비교해 본 결과 실험집단의 하위 집단 점수가 높게 나타나 학업성취도는 ICT활용 수업을 진행한 실험 집단의 하위집단에 더 효과가 있는 것으로 나타났다.

## 2. 논의

본 연구는 이산수학의 알고리즘 단원을 ICT활용 수업과 교사 설명식 수업 방법을 실시하여 학생들에게 미치는 학업성취도와 각 집단에서의 상·하 집단 중

어느 집단에 더 효과가 있는지를 분석하고자 한다. 따라서 집단 간 학업성취도의 결과를 바탕으로 연구 내용에 대하여 논의를 해보고자 한다.

먼저 ICT활용 수업 집단과 설명식 수업 집단 간의 학업성취도에 차이가 있는가에 대한 문제에 있어서는 ICT활용 수업과 설명식 수업을 실시한 결과 알고리즘단원에서의 학업성취도는 실험집단과 비교집단의 전체적으로 유의 수준 0.05에서 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다.

그리고 ICT활용 수업 집단(실험집단)과 설명식 수업 집단(비교집단)의 상·하 집단 중 어느 집단에 더 효과적인가라는 문제에 있어서는 실험집단과 비교집단에서의 상위집단과 하위집단을 분석한 결과 상위집단은 유의수준 0.05에서 유의미한 차이가 없고 하위 집단에서는 유의수준 0.05에서 유의미한 차이를 보이고 있어, 하위집단에 더 효과가 있는 것으로 나타났다.

이러한 결과는 수학적인 계산, 이해, 적용, 분석, 응용 등의 능력이 부족한 하위집단에서는 ICT를 활용하여 알고리즘의 내용을 지도하는 것이 학습내용을 이해하는데 많은 도움을 주었다는 것을 반영한다. 따라서 ICT활용 수업은 하위집단의 학업성취도를 높이는데 많은 도움을 줄 수 있음을 의미한다.

그러나 상위집단은 대부분 평균이상의 수학적인 계산, 이해, 적용, 분석, 응용 능력이 있어 ICT활용 수업을 통한 내용의 시각화, 수의 규칙성, 단원의 개념을 이해시키는데 별다른 영향을 주지 못하는 것으로 보인다.

ICT활용 교수-학습을 진행하면서 각 차시의 주어진 시간 내에 교과 내용진도를 맞추려 하니 시간적으로 많이 부족했던 것 같고 학생들에게 교과 내용의 많은 예를 시각화해서 보여준 것은 좋았지만 학생들이 시각화된 교과내용을 눈으로만 보고 지나쳐버려 학생들 자신이 교과 내용을 완전히 자기 것으로 만들었는지에 대해 의문이 들었다.

수학과 동료, 선·후배 교사에게 ICT활용 수업에 대해 조언을 구하면 고등학교에서는 실질적으로 수학과목에서의 ICT활용 수업 전개는 시간·공간적으로 상당히 어려움이 많다고 한다. 하지만 위의 연구 결과에서 ICT활용 수업집단과 설명식 수업집단의 상위 집단에는 학업성취도의 차이가 없지만 하위 집단에는 ICT활용 수업이 학업성취도를 향상시킬 수 있는 것을 엿 볼 수 있다. 따라서 교육현

장에서 학업성취도가 낮은 학생을 위하여 ICT활용 수업을 할 수 있는 자료를 많이 개발하여 활용할 수 있도록 많은 연구가 뒤따라야 하겠다.



## IV. 요약 및 결론

### 1. 요약

본 연구는 ICT활용 수업과- 교사 설명식 수업 방법을 실시하여 학생들에게 미치는 학업성취도와 각 집단에서의 상·하 집단 중 어느 집단에 더 효과가 있는지를 분석하는데 목적이 있다.

본 연구의 목적을 실현하고자 다음과 같은 두 가지 연구 문제를 설정하였다.

- 1) ICT활용 수업 집단과 설명식 수업 집단 간의 학업성취도에 차이가 있는가?
- 2) ICT활용 수업 집단과 설명식 수업 집단에서 각 집단의 상·하 집단 중 어느 집단에 더 효과적인가?

연구 문제의 분석을 위해 제주도 서귀포시의 S고등학교 1학년 7개 학급 중에서 2개 학급을 선정하여 2005년 1학기 중간고사, 기말고사의 이산수학 평균 점수에 의해, 두 개의 학급을 실험집단과 비교집단으로 나누고, 이 집단을 다시 평균 이상을 상 집단, 평균 미만을 하 집단으로 분류 하였다. 이 집단을 대상으로 2005년 9월 1일 ~ 2005년 10월7일까지 알고리즘단원을 실험집단은 컴퓨터와 빔프로젝트 등을 활용하여 교수-학습자료를 제시하였으며 비교집단은 설명식 수업으로 진행하였다. 또한 각 집단별로 수업의 총 차시는 10차시로 같게 하였다. 실험 처치 전 2005년 3월 ~ 2005년 7월에 실시한 이산수학 중간고사와 기말고사 평가 점수를 통해서 실험 집단과 비교 집단의 동질성 여부를 파악하였고 실험 처치 후 사후 학업성취도 검사를 하여 SPSS 12.0 프로그램을 이용하여 t-검정하였다.

실험 처치 후 학업성취도 검사에 의한 결과는 다음과 같다.

첫째, 실험 처치 후 실험집단과 비교집단에 대한 사후 학업성취도 검사 결과를 t-검정한 결과 실험집단과 비교집단에 대한 평균 차이는 유의수준 0.05에서 유의

미한 차이를 보이지 않고 있다.

둘째, 실험집단과 비교집단의 상위 집단에 대한 사후 학업성취도 검사 결과를 t-검정한 결과 실험집단과 비교집단의 상위 집단에 대한 평균 차이는 유의수준 0.05에서 유의미한 차이를 보이지 않고 있다. 그러나 실험집단과 비교집단의 하위 집단에 대한 사후 학업성취도 검사결과는 유의도 0.05에서 유의미한 차이를 보이고 있었다. 그리고 실험집단의 하위 집단과 비교집단의 하위 집단사이에 어느 집단에 더 효과적인지를 알아보기 위하여 각 하위 집단의 학업성취도 검사 점수의 평균을 비교해 본 결과 실험집단의 하위 집단 점수가 높게 나타나 학업성취도는 ICT활용 수업을 진행한 실험집단의 하위집단에 더 효과가 있는 것으로 나타났다.

## 2. 결론 및 제언



본 연구에서 얻어진 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

실험집단과 비교집단의 학생들에 대한 학업성취도는 ICT활용 수업이나 교사 설명식수업간에는 유의미한 차이를 보이지 않고 있다. 그러나 각 집단별 상위집단과 하위집단으로 세분화하여 살펴보면 상위 집단보다는 하위집단에서 더 효과적이라고 할 수 있다. 따라서 하위 집단의 학생을 위하여 ICT활용 수업을 할 수 있는 학습 자료를 많이 개발하여 활용할 필요가 있다.

본 연구에서 얻은 연구 결과를 토대로 하여 다음과 같은 점을 제언하고자 한다.

첫째, 교사와 학생들은 우리 교육이 나아가야 할 방향이 ICT활용수업이라는 데는 동의하나, ICT활용수업이 완전한 대안이라기보다는 현재의 교육방식의 일부를 매워줄 수 있는 정도라고 생각 하고 있다. 따라서 ICT활용수업이 효과적으로 이루어지도록 지역의 특성, 학교의 교육 여건, 학생의 능력 수준 등을 고려한

교수-학습 내용을 적절히 개발하여 사용할 수 있는 연구가 필요하겠다.

둘째, 하위 집단의 학생들은 수학적 개념이나 원리 등의 내용을 시각화하고 직접 조작할 수 있는 학습자료에 관심을 가지고 있으므로 다른 단원으로의 확대와 교수-학습중 학생들의 다양한 반응을 조사할 수 있는 연구가 필요하겠다.

셋째, ICT활용 수업으로 인해 현대 교수기기의 사용이 많이 늘고 있지만 컴퓨터라든가 낙후된 교수기기로 인해 사용을 못하는 경우가 많으므로 낙후된 교수기기의 개선이 필요하겠다.



## 참 고 문 헌

- 교육부(2000), 초·중등학교 정보통신 기술 교육 운영지침 해설서, 교육부
- 신현성 외(2002), 이산수학, (주)천재교육, 교육인적자원부, 강원대학교 1종 도서  
편찬위원회.
- 신현성 외(2002), 이산수학 교사용 지도서, 교육인적자원부, 강원대학교 1종 도서  
편찬위원회.
- 최용준(2005), 해법문제집, (주)천재교육.
- 김석중(2004), “7차 교육과정에서의 이산수학에 관한 연구-그래프 단원을 중심으로-”, 석사학위논문, 제주대학교 교육대학원
- 문재희(2004), “이산수학에 대한 의식 조사 및 효과적인 지도 방안”, 석사학위논문, 제주대학교 교육대학원
- 신옥수(2004), “정보통신기술(ICT)을 활용한 수학학습 지도에 관한연구 - 8-가  
연립방정식 단원을 중심으로-”, 석사학위논문, 경희대학교 교육대학원
- 대진옥(2003), “ICT활용을 통한 수학교육의 효율성 향상과 활용 현황에 관한 조  
사 및 연구”, 석사학위논문, 국민대학교 교육대학원
- 강항필(2004), “ICT활용수업을 통한 정적분 지도에서의 효과 분석 - 인터넷 홈페이지를 중심으로-” 한국교원대학교 교육대학원
- 이경은(2004), “정보통신기술(ICT)을 활용한 확률과 통계 지도에 관한 연구 - 심  
화선택 ‘확률과 통계’를 중심으로-”, 석사학위논문, 숙명여자대학교 교육  
대학원
- 김정일(2001), “ICT학습환경에서의 교사의 역할”, 석사학위논문, 단국대학교 교육  
대학원
- 윤석필(2002), “정보 통신 기술을 활용한 수학 학습”, 석사학위논문, 숭실대학교  
교육대학원
- 황영규(2004), “일차함수에서 ICT활용을 통한 자기주도적 학습능력 변화에 관한



연구”, 석사학위논문, 울산대학교 교육대학원  
김성일(2003), “수학교과와 ICT활용 학습 과정 안 설계 및 구현 - 수학 교과와  
행렬 단원을 중심으로 - ” 석사학위논문, 세명대학교 교육대학원  
조이남(2004), “ICT활용교육 활성화를 위한 교단선진화 기기 이용 방안 연구”,  
석사학위논문, 숙명여자대학교 교육대학원

<http://www.kice.re.kr/kice/article/data/subject/univ/list>

<http://www.kerinet.re.kr>



<Abstract>

## The Effect of an ICT-applying Class on Scholastic Achievement

-Mainly by Treating the Algorithm Chapter of Discrete Math-

Lee Chang Hun

Major in Math Educational Department, Educational Graduate  
School, Cheju National University



This study aims to analyze the effect an ICT-applying class has on scholastic achievement when students studying discrete math in a high school curriculum. For this study, the following two questions were posed:

- 1) What is the difference between the group of students in the ICT-applying class and the group of students in the explanation-centered class?
- 2) To which of high-level or low-level students in each group are an ICT-applying class and an explanation-centered class respectively more effective?

To achieve this study, the first-year students of S. High School in Seogwipo, Jeju-do were chosen as subjects. They were divided into an experimental group and a comparative group by checking the possibility of homogeneity using a T-test in the SPSS12.0 statistics program, using the results of the

midterm test and the final exam of the first semester of discrete math. Each group was divided into high-level students with a score above average and low-level students with a score below average.

Each group of students was taught the algorithm chapter of discrete math from September 1, 2005, to October 7, 2005. That is, the experimental group was taught through an ICT-applying class and the comparative group, through an explanation-centered class. After that, they were examined by a redundant T-test on October 15, 2005. Which group had greater change in scholastic achievement was analyzed.

The results of this study are as follows;

1) In this study, the ICT-applying class was the experimental group and the explanation-centered class was the comparative group. In either case, the result didn't show a meaningful difference in scholastic achievement, based on a meaningful level of 0.05.

2) The result of the T-test comparison between high-level and low-level students within each group didn't show a meaningful difference in scholastic achievement on the basis of a meaningful level of 0.05, whether an ICT-applying class was given or an explanation-centered class was given. But the result among low-level students showed a meaningful difference. When checking which style of class was more effective for the low-level students, the average T-test scores for low-level students was compared. The result is that low-level students in the experimental group got higher scores. According to this result, conducting an ICT-applying class is more effective for low-level students in respect to scholastic achievement.

In conclusion, this study shows that an ICT-applying class is a more effective teaching-learning method for low-level students than an explanation-centered class.

<부록 1>

검 사 문 항 영 역

문항번호	내 용	문제형태		비고
		객관	주관	
1	수의 규칙성	○		
2	이진법으로 나타낸수	○		
3	최대공약수 알고리즘	○		2005 대수능 모의평가
4	등비수열	○		2005전국연합 학력평가
5	두 항 사이의 관계(접화식)	○		2006 대수능 모의평가
6	수의 규칙성	○		
7	등비수열	○		
8	수의 규칙성	○		2004전국연합 학력평가
9	계차수열	○		2004전국연합 학력평가
10	수의 규칙성	○		2002전국연합 학력평가
11	등차수열의 합	○		2003전국연합 학력평가
12	세 항 사이의 관계(피보나치수열)	○		2005전국연합 학력평가
13	세 항 사이의 관계	○		2004전국연합 학력평가
14	등비수열의 합	○		2004전국연합 학력평가
주1	등차수열		○	2004전국연합 학력평가
주2	이진법의 수		○	2005전국연합 학력평가
주3	등차수열		○	2005전국연합 학력평가
주4	여러 가지 수열		○	2005대학수학 능력시험
주5	수의 규칙성		○	
주6	세 항 사이의 관계		○	
계		14	6	

<부록 2>

사후성취도 검사지

<b>이산수학 성취도 검사지</b>			
시행일자 2005년 10월 15일	1학년	반	번
			이름 :

1. 다음 중 옳은 것은?

- ① 63121은 11의 배수이다.      ② 53262는 9의 배수이다.
- ③ 24317은 3의 배수이다.      ④ 20086은 4의 배수이다.
- ⑤ 40322는 6의 배수이다.



2. 주어진 방법을 이용하여 M에 해당하는 ASCII 코드를 구한것은?

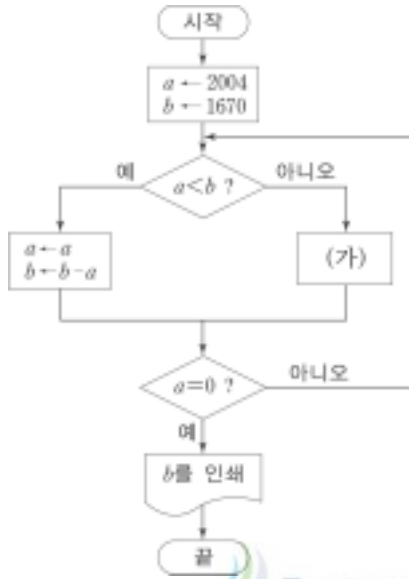
컴퓨터에서 많이 사용하는 ASCII 코드는 각종 기호, 문자, 숫자를 8개의 0또는 1로 나타내고 있다.

영문자의 26개의 대문자 A부터 Z까지는 0100을 시작으로 다음과 같이 약속한다.

A	-----	0100 0001
	□□	
O	-----	0100 1111
P	-----	0101 0000
	□□	
Z	-----	0101 1010

- ① 0100 1100      ② 0100 1101      ③ 0100 1110
- ④ 0100 1111      ⑤ 0101 0000

3. 다음은 유클리드 알고리즘을 이용하여 두 자연수  $a, b$ 의 최대공약수를 알아보는 순서도이다.  $a = 2004, b = 1670$ 일 때, (가) 부분의 처리 내용과 인쇄되는 값은?



	(가)	인쇄값
①	$a \leftarrow a$ $b \leftarrow a - b$	168
②	$a \leftarrow a - b$ $b \leftarrow b - a$	232
③	$a \leftarrow a - b$ $b \leftarrow b$	232
④	$a \leftarrow b - a$ $b \leftarrow b$	334
⑤	$a \leftarrow a - b$ $b \leftarrow b$	334



4. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 \cdot a_3 \cdot a_8 = 64$ 일 때,  $a_4$ 의 값은?

- ① 2      ② 4      ③ 8      ④ 16      ⑤ 32

5. 수열  $\{a_n\}$ 의 점화 관계는 다음과 같다.

$$a_1 = 3$$

$$a_{n+1} = 2a_n + 7 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

이때,  $a_n > 2000$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 최소값은?

- ① 9      ② 11      ③ 13      ④ 15      ⑤ 17

6. 다음 그림을 보고 9번째 줄에 맞는 값은?

$$1^2 + 1^2 = 2 = 1 \cdot 2$$

$$1^2 + 1^2 + 2^2 = 6 = 2 \cdot 3$$

$$1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 = 15 = 3 \cdot 5$$

$$1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 = 40 = 5 \cdot 8$$

- ① 273    ② 714    ③ 1870    ④ 4895    ⑤ 12816

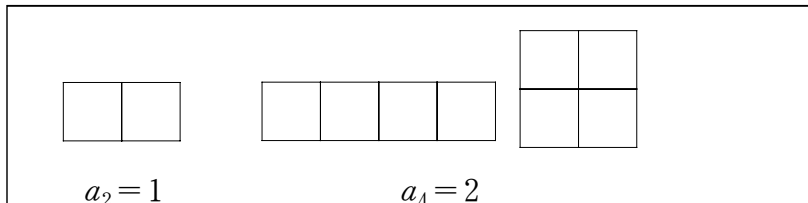
7.  $f(x) = x^2 + 2x + a$ 를  $x+1$ ,  $x-1$ ,  $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 각각 이순서로 등비수열을 이룬다.  $a$ 의 값은?

- ①  $a=17$     ②  $a=10$     ③  $a=7$     ④  $a=1$     ⑤  $a=-1$



8. 평면 위에서 같은 크기의 정사각형  $n$  개를 붙여서 만들 수 있는 서로 다른 모양의 직사각형의 개수를  $a_n$ 이라 하자.

예를 들면  $a_2 = 1$ ,  $a_4 = 2$ 이다.



이때 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- < 보 기 >
- ㄱ.  $a_6 = 2$   
 ㄴ.  $n$ 이 소수이면  $a_n = 1$ 이다.  
 ㄷ.  $a_n = 2$ 인 한 자리 자연수  $n$ 은 3개이다.

- ① ㄱ    ② ㄴ    ③ ㄷ    ④ ㄱ, ㄴ    ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

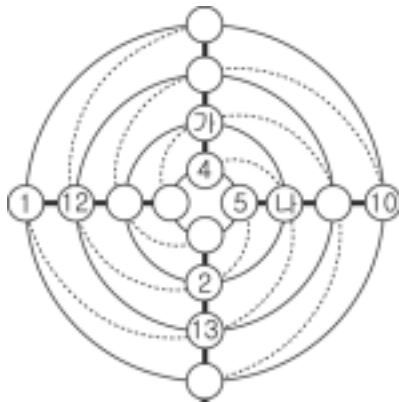
9. 그림과 같은 모양의 4층 탑을 쌓았을 때, 크기가 같은 44 개의 정육면체가 필요하였다. 이와 같은 규칙으로 10층 탑을 쌓으려고 할 때, 필요한 정육면체의 총 개수를 구하면?



- ① 650
- ② 670
- ③ 690
- ④ 710
- ⑤ 730

10. FIFA랭킹 1위부터 16위까지의 국가를 다음 규칙에 따라 네 개조로 편성하여 축구대회를 열려고 한다.

- 각 반지름(굵은선) 위에 있는 4개국의 순위의 합은 모두 34이다.
- 각 원주(가는선)에 해당하는 4개국의 순위의 합은 모두 34이다.
- 각 나선형(점선)에 해당하는 4개국의 순위의 합은 모두 34이다.



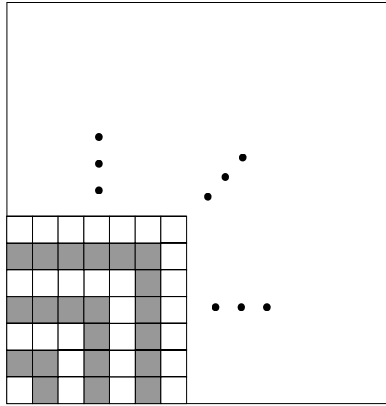
(○ 안의 수는 FIFA랭킹이다.)

이 때, (가), (나)에 해당하는 FIFA랭킹을 순서대로 나열하면?

- ① 9, 16                      ② 8, 16                      ③ 11, 16
- ④ 3, 15                      ⑤ 6, 15



11. 한 변이  $100\text{cm}$ 인 정사각형 모양의 바닥을 한 변이  $5\text{cm}$ 인 정사각형 모양의 타일로 빈틈없이 붙이려고 한다. 그림과 같이 흰색 타일과 검정색 타일로 바닥을 붙일 때, 필요한 흰색 타일의 총 개수는?



(  : 흰색 타일,  :

검정색 타일 )

- ① 185    ② 190    ③ 200    ④ 205    ⑤ 210

12. 수열  $\{f_n\}$  을  $f_1=1$  ,  $f_2=2$  ,  $f_n=f_{n-1}+f_{n-2}$  ( $n=3, 4, 5, \dots$ )

으로 정의할 때,  $\sum_{n=1}^9 f_n^2$  의 값은? [

- ① 4694    ② 4796    ③ 4894    ④ 4996    ⑤ 5004

13. A 상자에 똑같이 생긴 구슬이  $n$  개 들어 있다. 이 구슬들을 다음과 같은 방법으로 B 상자로 옮기려고 한다.

- I. 한 번에 한 개 또는 두 개씩만 옮길 수 있다.
- II. 두 개씩 연속해서 옮길 수는 없다.

이와 같은 방법으로  $n$  개의 구슬을 옮기는 방법의 수를  $a_n$  이라고 할 때, 다음은  $a_n$  의 점화 관계를 구하는 과정이다.

$n$  이 4 이상의 자연수일 때, 처음에 한 개를 옮긴 다음 나머지 구슬을 옮기는 경우의 수는 (가) 이다.

한편, 처음에 두 개를 옮긴 다음 나머지 구슬을 옮기는 경우의 수는 (나) 이다.

따라서  $a_n =$  (다)

이때, (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

- ①  $a_{n-1}, a_{n-2}, a_{n-1} + a_{n-2}$
- ②  $a_{n-1}, a_{n-2}, a_{n-1} \cdot a_{n-2}$
- ③  $a_{n-1}, a_{n-3}, a_{n-1} + a_{n-3}$
- ④  $a_{n-2}, a_{n-3}, a_{n-2} + a_{n-3}$
- ⑤  $a_{n-2}, a_{n-3}, a_{n-2} \cdot a_{n-3}$

14. 첫째항이 1, 공비가  $r$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $S_{20} = 4S_{10}$ 이면  $S_{40} = \square S_{10}$  이다.  $\square$ 에 알맞은 수는? (단,  $r \neq \pm 1$ )

- ① 8
- ② 16
- ③ 24
- ④ 32
- ⑤ 40

주관식1.

등차수열  $\{a_n\}$ 이  $a_2=4, a_6=16$ 을 만족할 때,  $a_{20}$ 의 값을 구하시오.

주관식2.

자연수  $n$ 을 이진법의 수로 나타내었을 때, 그 이진법의 수가  $k$ 자리의 수이면  $a_n=k$ 로 정의한다. 예를 들면  $7=111_{(2)}$ 이므로  $a_7=3$  이고,  $8=1000_{(2)}$ 이므로  $a_8=4$  이다. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 20항까지의 합을 구하시오.

주관식3.

표의 빈 칸에 6개의 자연수를 한 칸에 하나씩 써넣어 가로, 세로, 대각선 방향으로 각각 등차수열을 이루도록 할 때, 빈 칸에 써넣을 6개의 수의 합을 구하시오.

3		7
	11	

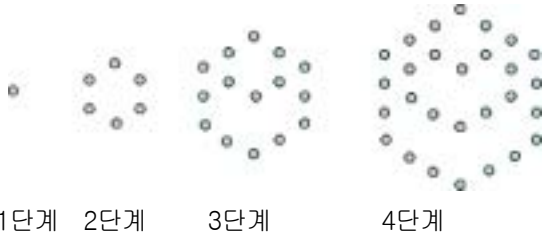
제주대학교 중앙도서관  
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

주관식4.

자연수  $k$ 에 대하여  $n=5^k$ 일 때,  $f(n)$ 이  $f(5n)=f(n)+3$ ,  $f(5)=4$ 를 만족시킨다.  $\sum_{x=1}^{10} f(5^x)$ 의 값을 구하시오.

주관식5.

다음에서 여섯 단계 짜의 그림에 해당하는 원의 개수를 구하여라.



주관식6

한 걸음에 한 계단 또는 두 계단 또는 세 계단만 오르기로 한다.  $n$ 개의 계단을 오르는 방법의 가짓수를  $a_n$ 이라고 할 때,  $a_n$ 에 관한 점화식을  $a_{n-1}$ ,  $a_{n-2}$ ,  $a_{n-3}$ 을 이용하여 나타내어라.

