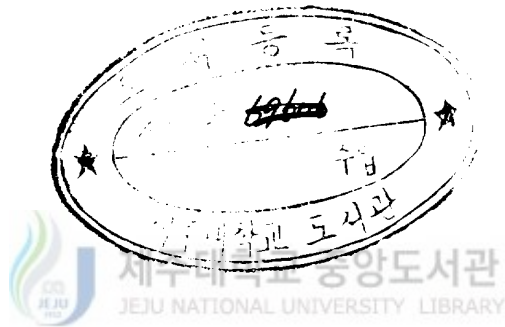


碩士學位請求論文

# 短距離競走에 대한 Keller Model의 고찰

指導教授 尹 志 洪



濟州大學校 教育大學院

物理教育專攻

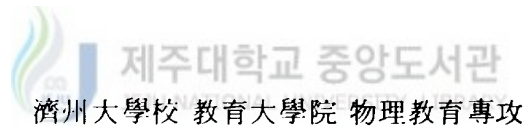
鄭 根 希

1986年度

---

# 短距離競走에 대한 Keller Model의 고찰

이를 教育學 碩士學位 論文으로 提出함



提出者 鄭 根 希

指導教授 尹 志 洪

1986年 月 日

# 鄭根希의 碩士學位 論文을 認准함

濟州大學校 教育大學院

主 審 인

---

 제주대학교 중앙도서관 인  
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

---

副 審 인

---

1986年 月 日

## 目 次

I. 緒 論 .....	1
II. 理論的 背景 .....	3
III. 測定方法 .....	5
IV. 結果 및 解析 .....	6
V. 結 論 .....	15
參 考 文 獻 .....	16
Abstract .....	17



# I . 緒 論

최근 수년동안 物理的인 側面에서 體育活動을 分析하고 최적조건을 구하려  
는 시도가 많이 이루어지고 있다.

H. Lin 은 뉴튼力學이 신체운동에 어떻게 適用될 것인가를 운동종목별로 구  
분하여 論하였으며 K. Schmidt 와 Nielsen 은 動物이 달릴 때, 물고기가 헤  
엄칠 때, 새나 곤충이 날아다닐 때 필요한 에너지에 대하여 研究하였다. 그  
리고 Petter J. Brancazio 는 농구의 슛팅에 관하여 物理的인 分析을 하였다  
A. Bellemans 는 競步時에 소비되는 일률을 다리가 가속되고 감속되는 過程에  
서 일의 습으로 求하는 理論을 내놓았다. Keller 는 달리기의 運動方程式을

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = \frac{dv(t)}{dt} = f - \sigma v(t) \dots\dots\dots (1)$$

로 나타내었다. 여기서  $v(t)$ 는 走者의 순간속도,  $x(t)$ 는 출발점으로부터  $t$   
시간까지 走者가 달려간 거리,  $f$ 는 單位 질량당 주자가 낼 수 있는 힘,  $\sigma$   
는 저항력에 관한 매개변수이다. 그는 이 모델을 利用하여 달리는 過程에  
서 속도의 變化를 求하였는데 훈련된 선수인 경우 291 m까지는 가속이 되  
고 그 이후에는 속도가 감소되는 것을 알아냈다.

I. Alexandrov 와 P. Lucht 는 Keller 의 모델의 매개변수  $f, \sigma$  를 적용시켜  
서 曲線코스에서의 記錄을 추정하고 실측치와 比較하여 이 모델을 확인하였  
다.

本 論文에서는 短距離 競走者에 있어서의 問題點을 把握하고 수정하기 위  
하여 Keller Model 의 매개변수,  $\sigma, f$ 와 식 (1)에 따른 종단속도, 순간속도

변화 등을 考察하였고, 지방선수와 국내선수들의 記錄을 Keller 모델에 適用시켜서 分析하고 그 結果를 世界的인 선수들에 대한 分析결과와 比較하였다.

## Ⅱ. 理論的 背景

短距離 走者の 운동방정식으로서 식 (1)을 사용하여 기록에 영향을 미치는 要因들을 考察해 보고자 한다. 식 (1)의  $\sigma$ 는 달리는 走者が 갖는 抵抗力에 관한 매개변수로서 주자의 속도, 달리는 형태와 같은 것에 의해 영향을 받으며 外的인 條件으로는 트랙의 表面, 高度 등에 의해 決定이 된다. 초기 조건을  $x(0) = 0$ ,  $v(0) = 0$ 로 두고 식 (1)을 풀어서 해를 구하면,

$$v(t) = (f/\sigma) (1 - e^{-\sigma t}) + v_0 e^{-\sigma t} \dots\dots\dots (2)$$

$$v(x) = (f/\sigma)t + (f/\sigma^2 - v_0/\sigma)(e^{-\sigma t} - 1) \dots\dots\dots (3)$$

이다. 식 (2)에서 시간  $t$ 가 무한대로 될때 終端速度는  $v_t = f/\sigma$ 가 된다. 즉  $v_t$ 는 단위 질량당 힘  $f$ 와  $\sigma$ 에 의하여 決定이 되는데  $f$ 가 큰 값을 가질수록 종단속도는 커지며 또한  $\sigma$ 가 작은 값을 가질 때에도 종단속도는 큰 값을 갖게 된다. 그러나  $f$ 가 큰 값을 갖는다 해도 이에 비례해서  $\sigma$ 가 큰 값을 갖게 되면  $v_t$ 는 커지지 않는다. 주어진 주자에 대한 매개변수  $f$ 와  $\sigma$ 를 결정하기 위해서 식 (3)을 이용한다. 직선코스에서 거리  $x_1$ 과  $x_2$ 를 달렸을 때 걸린 시간을 각각  $t_1$ 과  $t_2$ 라 하면,

$$x_1 = f/\sigma t_1 + f/\sigma^2 (e^{-\sigma t_1} - 1) \dots\dots\dots (4-1)$$

$$x_2 = f/\sigma t_2 + f/\sigma^2 (e^{-\sigma t_2} - 1) \dots\dots\dots (4-2)$$

을 얻을 수 있다. 지수항을 무시하면,

$$\sigma = \frac{1}{t_1} [(x_2/x_1) - 1] / [(x_2/x_1) - (t_2/t_1)] \dots\dots (5-1)$$

$$f = \sigma^2 x_2 / (\sigma t_2 - 1) \dots\dots\dots (5-2)$$

을 얻을 수 있다.

식 (1)을 이용하여 단위 질량당 주자가 소모하는 에너지를 구하기 위해 식 (1)을 이용하면,

$$m \frac{dv(t)}{dt} = F - m\sigma v(t) \dots\dots\dots ①$$

$$\int_0^t \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) dt = \int_0^t (Fv - m\sigma v^2) dt \dots\dots\dots ②$$

여기서 F는 주자의 추진력이다. ②를 적분하고 단위질량당 에너지를 구하면,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} v^2(t) - \frac{1}{2} v^2(0) &= \int_0^t (fv - \sigma v^2) dt \\ &= \int_0^x (f - \sigma v) dx \\ &= \frac{1}{2} \left[ \frac{f}{\sigma} (1 - e^{-\sigma t}) + v_0 e^{-\sigma t} \right]^2 - \frac{1}{2} v_0^2 \end{aligned}$$

$v_0 = 0$  놓으면 단위 질량당 에너지

$$E(t) = \frac{1}{2} \left[ \frac{f}{\sigma} (1 - e^{-\sigma t}) \right]^2 \dots\dots\dots (6)$$

을 얻을 수 있다.





### Ⅲ. 測 定 方 法

A. 매개변수  $f$  와  $\sigma$  를 구하는데 있어서  $x_1$  과  $x_2$  의 설정은 50mD\*는 全身의 파워를 測定하는 종목이므로  $x_1$  을 50 m로 定하고  $x_2$  는 종점인 100 m로 하였다.

B. 실제 선수들에 대한  $\sigma$  와  $f$  를 考察하기 위해서 국내선수와 도내 高等學校 男·女 육상선수의 50 m와 100 m에 대한 記錄을 測定하였다.

C. 세계기록 보유자의 저항력에 관한 매개변수  $\sigma$  , 단위질량당 추진력  $f$  , 終端速度  $v_t$  를 비교하였다.

D. Table 1의 기록은 제주도 선수들의 기록으로서 '85년 동계훈련시에 측정하였고 Table 2는 '86년도에 개최된 전국체전 기간중에 국내 몇몇 선수들의 기록을 측정하였다.

E. 측정된 기록들은 컴퓨터 VAX II 기종을 사용하여 계산하였다.

---

\* 50mD ..... 50 meter Dash

## IV. 結果와 解析

### A. 선수의 記錄

Table 1. 제주도내 고등학교 남·여 선수의 기록

선 수		50 m ( $t_1$ )	100 m ( $t_2$ )	$\sigma$ ( $\text{sec}^{-1}$ )	$f$ (N/kg)	$v_t$ (m/sec)
여	H.S.Han	7"08	13"31	1.18	9.47	8.02
	Y.H.Kim	7"05	13"31	1.26	10.10	7.98
	M.J.Lee	6"89	13"18	1.67	13.27	7.95
남	M.S.Ko	6"28	11"10	1.04	9.86	9.48
	Y.J.Lee	6"23	11"89	1.49	12.52	8.91
	B.K.Kim	6"23	11"85	1.64	14.25	8.89

Table 2. 국내 선수의 기록

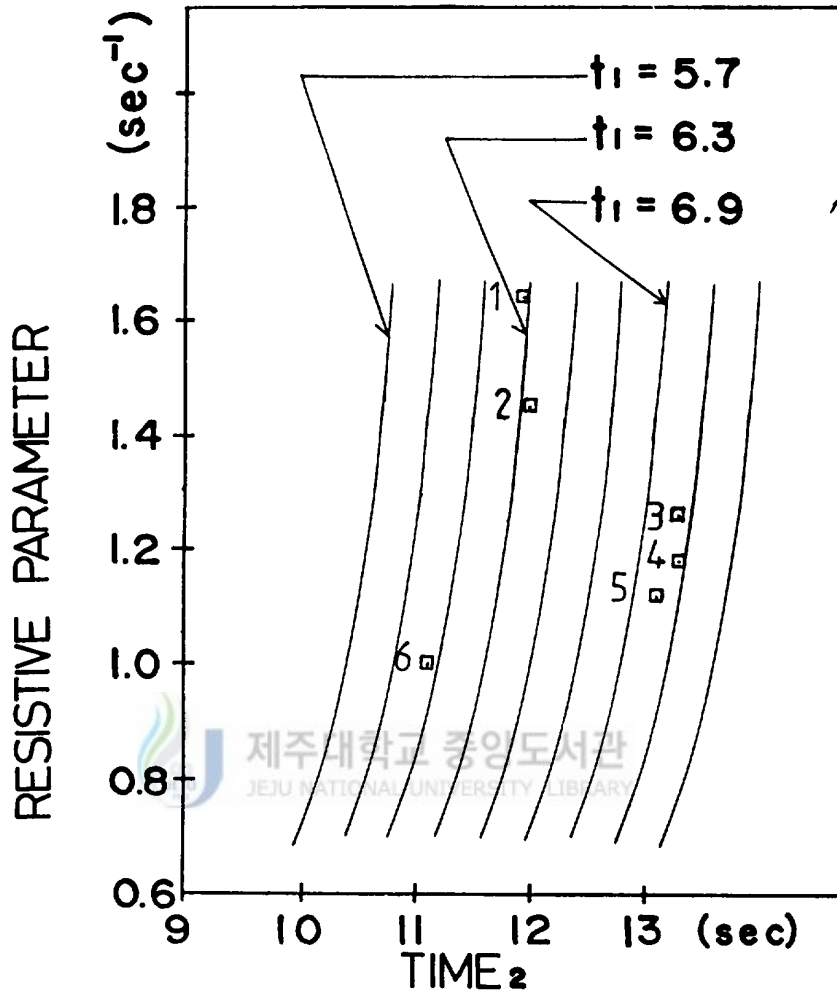
선 수		50 m ( $t_1$ )	100 m ( $t_2$ )	$\sigma$ ( $\text{sec}^{-1}$ )	$f$ (N/kg)	$v_t$ (m/sec)
남 고	Y.K.Zo	5"41	10"71	9.09	85.76	9.43
여 고	S.Y.Yan	5"94	11"69	5.23	45.77	8.74
남일반	N.K.Sung	5"31	10"25	2.70	27.36	10.13
	J.K.Jang	5"39	10"32	2.17	22.05	10.16
여일반	B.J.Byun	6"31	12"39	4.30	35.76	8.31

Table 3. 세계기록 보유자의 기록

선 수	$\sigma$ ( $\text{sec}^{-1}$ )	$f$ (N/kg)	$v_t$ (m/sec)
John Carlos	0.667	8.13	12.19
Jim Hines	0.581	7.10	12.22

B. 저항력 매개변수  $\sigma$  와 시간과의 관계

Fig.1. Variation of resistive parameter  $\sigma$  according to the change of the time  $t_1$  and  $t_2$



式 (5)를 근거로 하여  $t_1$ ,  $t_2$ 의 변화에 따른 저항력 매개변수  $\sigma$ 의 변화하는 모양을 Fig.1에 나타내고 측정결과를 곡선상에 표시하였다. 여기서 보면  $t_1$ 이 同一한 값을 가질 때  $t_2$ 가 증가하면  $\sigma$ 도 증가한다. 그리고  $t_2$ 가 동일한 값을 가질 때는  $t_1$ 이 작은 값을 가질수록  $\sigma$ 는 증가한다. 즉 시간

$t_1$  과  $t_2$  사이의 시간차가 증가함에 따라 저항력에 관계되는 매개변수  $\sigma$  는 증가함을 알 수 있다.

그래프상에 번호로 표시되고 사각형내에 들어있는 점은 Table 1, Table 2에 나와있는 선수들의  $\sigma$  를 나타내었다.

### C. 단위 질량당 추진력 $f$ 와 시간과의 관계

Fig.2. Variation of propulsive force  $f$  per unit mass according to the change of the time  $t_1$  and  $t_2$

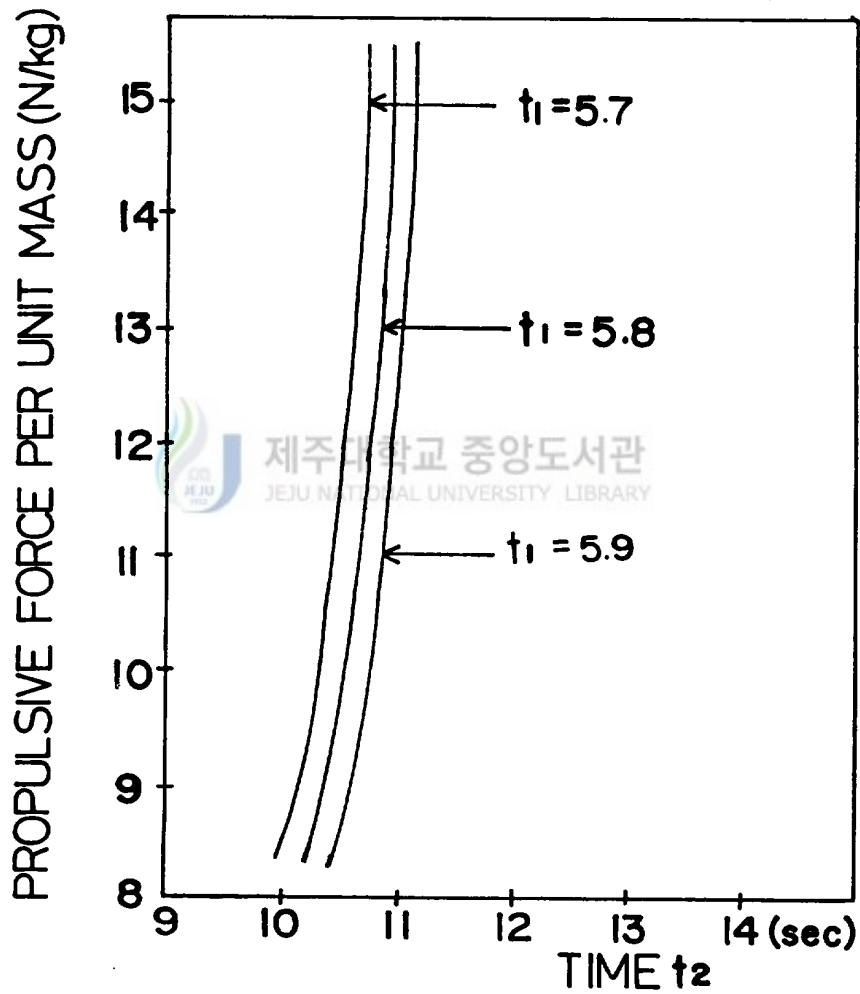


Fig.2에는 특정한 시간  $t_1$ 에 대해서  $t_2$ 가 증가하여 갈 때  $f$ 의 값의 변화에 대하여 나타나 있다. Fig.2를 살펴보면 50m까지는 시간이 同一하다 하더라도 100m까지 뛰었을 때 시간이 많이 걸리면 推進力은 증가되는 시간에 비례해서 커짐을 알 수 있다.  $t_2$ 가 동일한 값을 갖고  $t_1$ 이 다른 값을 가질 때에는  $t_1$ 이 작은 값이 推進力이 크다. 즉 단위 질량당 추진력  $f$  또한 시간  $t_1$ 과  $t_2$  사이의 시간차가 증가할수록 증가해 감을 보여준다.

#### D. 종단속도와 시간 $t_1$ 과 $t_2$ 의 比의 관계

Fig.3. Relation between the terminal velocity and time ratio  $t_2/t_1$

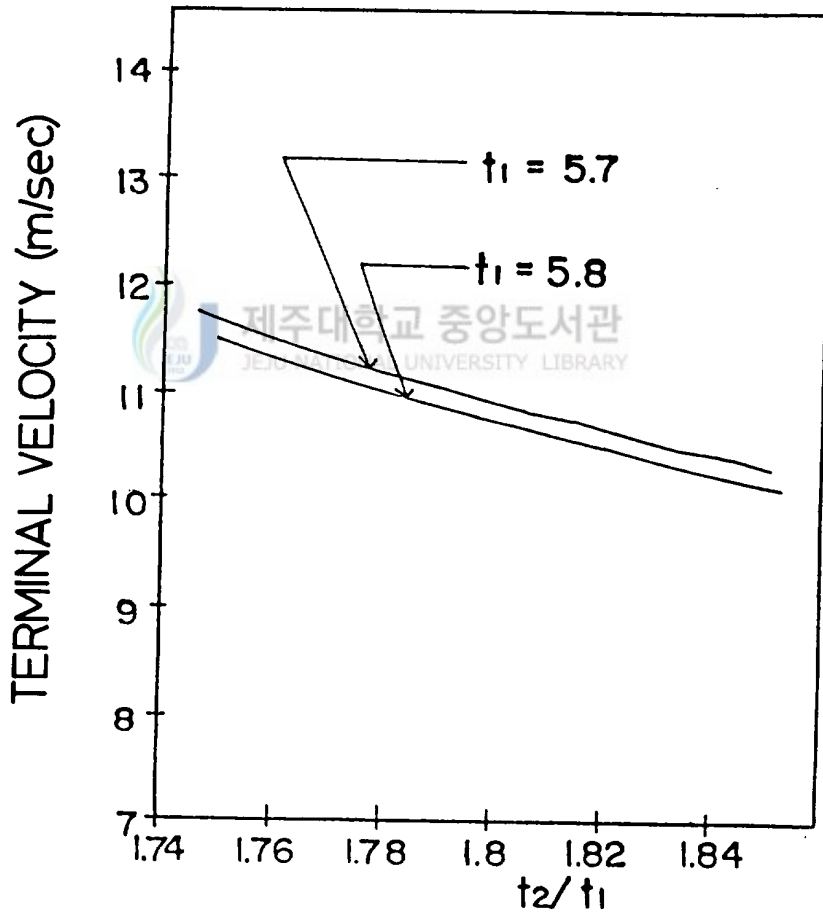


Fig. 3은  $t_1$  과  $t_2$  의 비와 종단속도  $v_t$  와의 관계를 나타낸 그림이다. 여기서  $t_1$  과  $t_2$  의 시간차를 표현하는  $t_2/t_1$  가 작을수록  $v_t$  는 큰 값을 가지게 됨을 알 수 있다. 그리고 同一한 값을 가질 경우에는  $t_1$  의 값이 작은 경우의  $v_t$  가 크다. 100 m까지 달리는데 걸린 시간이 동일하다면 50 m를 늦게 달린 경우의 종단속도가 크게 됨을 알 수 있다. 이러한 이유는  $t_1$  이 다르고  $t_2$  가 동일하면  $f$  의 값이 증가하는 비율보다  $\sigma$  의 값이 증가하는 비율이 크기 때문에  $v_t$  가 50 m를 늦게 달린 경우에 커지는 것이다. 이러한 일은 가끔 훈련이 덜된 선수에게서 나타날 수 있는 현상이다.

### E. 선수들의 순간속도 변화 비교

Fig. 4. Comparison of velocities  $V(t)$  of world record holders with those of domestic players

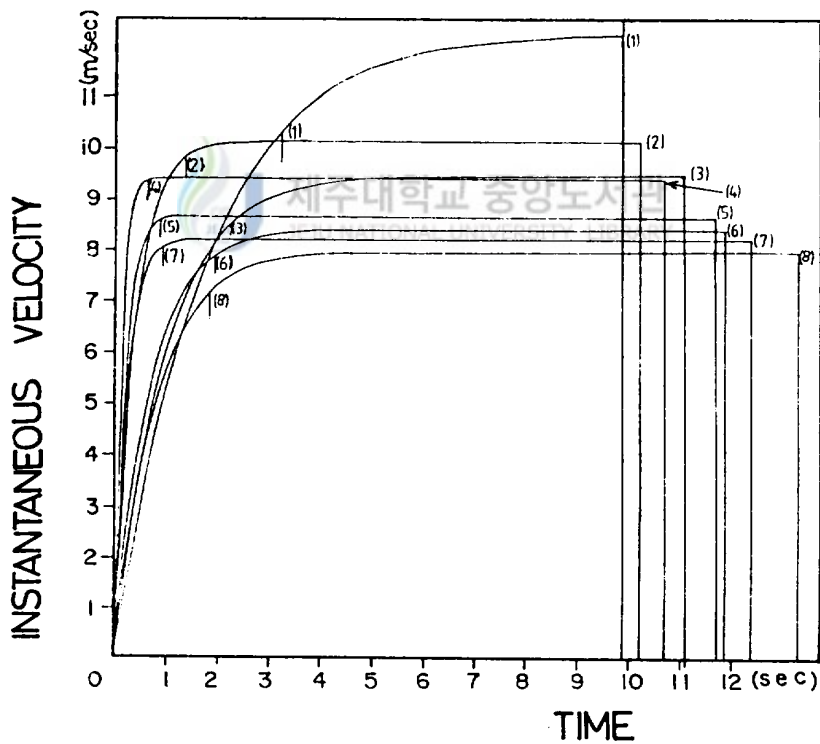


Fig. 4는 Table 1, Table 2, Table 3의 기록을 이용하여 세계기록 보유자와 국내선수의 순간속도 변화과정을 비교하기 위하여 각 선수의 기록시간( $t_2$ )까지의 순간속도를 곡선으로 나타냈다. 각 곡선마다 시간축에 수직하게 그어져 있는 선은 각 곡선의 기울기가 1이 되도록 시간 $t$ 와 순간속도가  $45^\circ$ 되는 점을 나타낸 것이다. (1)의 경우는 세계기록 보유자인 J.Hines 선수이고, (2)의 경우는 국가대표인 성낙균 선수이다. Fig. 4의 곡선 (1)과 (2)를 비교하여 보면 국내선수인 성낙균 선수의 경우에는 2.5초 이내에서는 순간속도가 세계기록 보유자인 J.Hines 선수의 속도보다 현저히 크지만 2.5초에서 이미 종단속도에 다다르고 있고 세계기록 보유자인 경우에는 순간속도가 2.5초 이후 국내선수보다 크고 계속 증가되다가 종점에 이르러서야 종단속도에 이르고 있다.

그리고 나머지 국내선수들인 경우에도 짧은 시간내에 종단속도에 도달하고 있다.

Fig. 4의 기울기가 1인 점을 중심으로 하여 기울기가 1인 점 이전의 면적을 계산하여 기울기가 1이 되기 이전에 달린 거리를 구하여 A라 하였고 기울기가 1인 후의 면적을 계산하여 이후에 달린 거리를 구하고 B라 하였다.

Table 4에는 Fig.4의 각 선수의 기록과 거리A와 거리B의 비를 나타내었다.

Table 4. Fig. 4의 기록

번호	100 m ( $t_2$ )	$\sigma$ ( $\text{sec}^{-1}$ )	$f$ (N/kg)	B / A
(1)	9"9	0.581	7.100	2.86
(2)	10"25	2.700	27.360	8.59
(3)	11"10	1.040	9.860	6.91

번호	100 m ( $t_2$ )	$\sigma$ ( $\text{sec}^{-1}$ )	$f$ (N/kg)	B / A
(4)	10"71	9.091	85.763	15.04
(5)	11"69	5.263	45.767	16.83
(6)	11"89	1.640	14.250	8.41
(7)	12"39	4.350	35.760	18.06
(8)	13"31	1.265	10.100	10.60

F. 달린 거리 比와 저항력 매개변수  $\sigma$  의 관계

Fig.5. Relation between  $\sigma$  and the distance ratio B/A

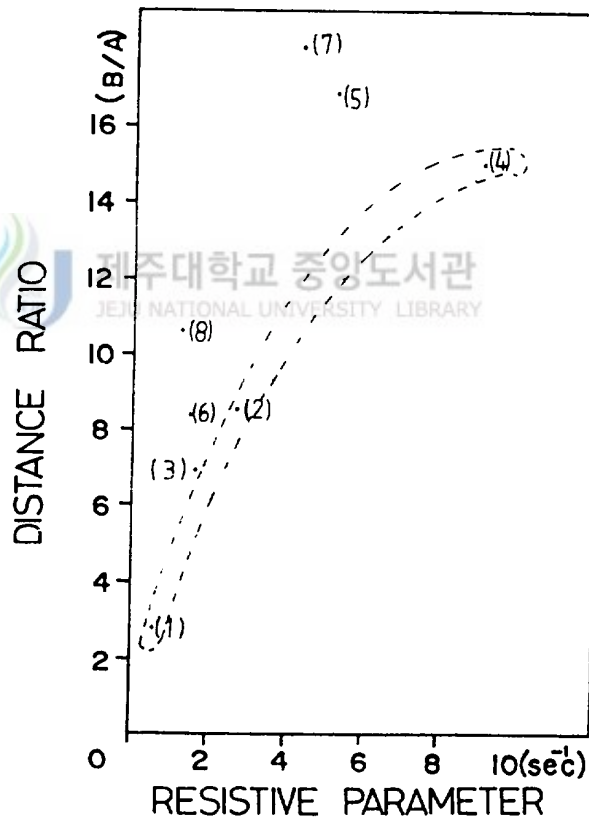




Fig. 5는 Fig. 4를 이용하여 Fig. 4의 순간속도 곡선의 기울기가 1이 되기 이전에 달린 거리와 그 이후에 달린 거리의 비와  $\sigma$ 의 관계가 나타나 있다. 기울기 1을 중심으로 그 이전에 달린 거리를 A, 그 이후에 달린 거리를 B라 하고 A와 B의 비와  $\sigma$ 의 관계를 보면 모든 선수들에게 있어서 A와 B의 비와  $\sigma$ 가 일률적인 관계를 갖는 것은 아니나, 점선내에 있는 기록이 좋은 선수들에 있어서는 B에 비해서 그 이전에 달린 거리 A가 작을수록  $\sigma$ 의 값이 큼을 알 수 있다.

### G. 선수들의 에너지 변화 비교

Fig.6. Comparison of energy  $E(t)$  current world record holders with those of current domestic record holders.

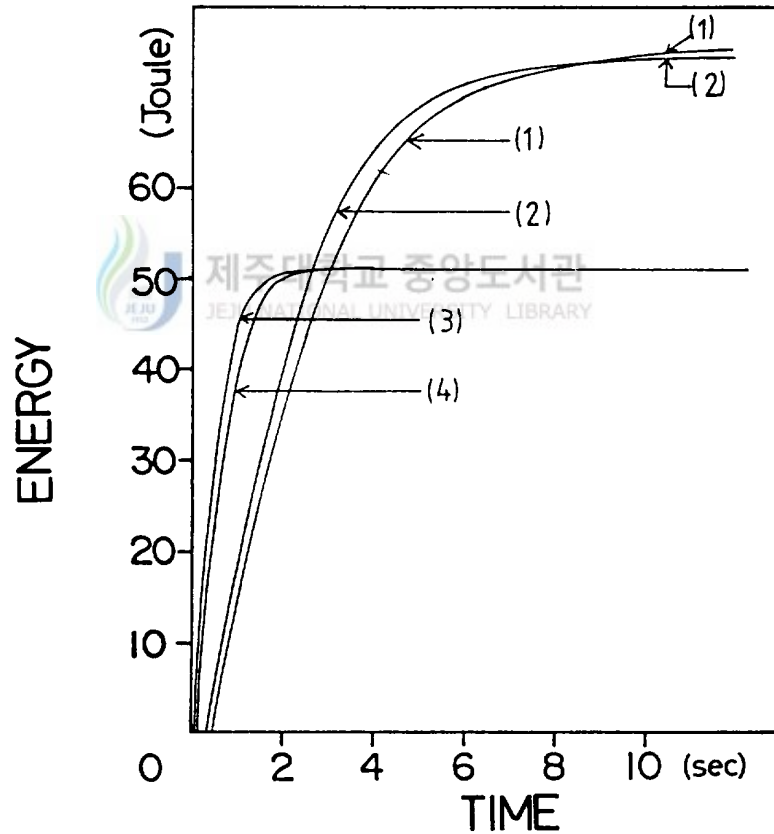


Fig. 6은 세계기록 보유자와 국내기록 보유자의 단위 질량당 주자가 필요한 에너지 변화를 비교하기 위하여 Table 2와 Table 3을 이용하여 나타내었다. (1)은 J.Hines 선수, (2)는 J.Carlos, (3)은 성낙균선수, (4)는 장재근 선수의 경우이다. Fig. 6을 보면 Fig. 5에서  $v(t)$ 가 큰 값을 가지는 2.5초까지는 결과적으로 국내선수의 단위 질량당 에너지  $E(t)$ 가 크나 그 이후에는 세계기록 보유자의 단위 질량당 에너지가 크면서 계속 증가되고 있다. 즉, 세계기록 보유자인 경우에는 종점 100 m에 이르기 직전까지 에너지를 증가시키고 있으나 국내선수인 경우에는 2.5초 이후 에너지의 증가가 거의 없음을 알 수 있다.

## V. 結 論

단거리 선수에게 있어 적합한 체격요인이 갖추어져 있다고 해서 단거리경주에서 우수한 기록을 얻을 수 있는 것은 아니며 呼吸調節 합리적인 에너지의 소비, 런닝화의 선택, 알맞은 출발方法 등을 선택하여서 훈련을 해야한다. 선수의 記録을 가지고  $\sigma$  와  $f$ 를 測定하여  $f$ 에 비하여  $\sigma$ 가 높으면 저항이 되는 요인들을 없애주는 方向으로 訓練法을 바꾸고  $f$ 가 아주 작을 경우에는 추진력을 증가시키는데 알맞은 방법들을 선택해서 효과적인 훈련을 해야한다. 가속된 이후의  $t_1$ 과  $t_2$ 를 측정하고 거리A와 B의 比를 계산하여 A에 비해서 B가 크다면 저항에 관계되는 매개변수  $\sigma$ 를 줄여주는 방법을 모색해 보아야 한다. 291 m까지 계속 가속될 수 있음에도 불구하고 국가대표 선수의 경우에도 2.5 초내에서 가속도가 0에 접근하고 있다. 앞으로 국내선수들이 종점에 닿을 때까지 속도를 계속적으로 증가시킬 수 있는 방법에 대하여 연구해 볼 필요가 있다.



## 참 고 문 헌

- 1) 許鶴成, 大腿長 對 下腿長의 比가 跳躍力에 미치는 影響, 충북대학교 교육대학원 체육교육전공 석사학위 논문, 1981.12.
- 2) 李漢昭, 體重이 陸上競技 記錄에 미치는 影響에 관한 研究, 경희대학교 교육대학원 체육교육전공 석사학위 논문, 1984.
- 3) John W. Bann 저, 李緝世역, “코우치의 科學的 原理,” 同和文化社.
- 4) 林鎬根·金泰完, “陸上競技 指導論,” 1985. 大田文化社.
- 5) I. Alexandrov-P. Lucht, Am. J. Phys. 49(3), March 1981.
- 6) Joseph B. Keller, PHYSICS TODAY / SEPTEMBER 1973.
- 7) Hebert Lin, Am. J. Phys. 46(1), Jan. 1978.
- 8) Kunt Schmidt-Nielsen, SIENCE, Vol. 177, JULY 1972.
- 9) Roger Stephenson, Am. J. Phys. 50(12), Dec. 1982.
- 10) E. F. Offenbacher, Am. J. Phys. 38, 829 (1969)
- 11) Hanno Essén, Am. J. Phys. 49(8), Aug. 1981.

---

< Abstract >

## Discussion of Keller's Model about the sprint

Jung Guen-hi

*Physics Major*

*Graduate School of Education, Cheju National University*

*Cheju Korea*

*Supervised by professor Yoon Zi-hong*

In this thesis, Keller's Model is discussed about the sprint. I compared the instantaneous velocities  $v(t)$  and the energy  $E(t)$  of the current world record holders with those of the domestic players.

As a result, this thesis shows that for the first, 2.5 seconds the instantaneous velocities of domestic sprinters are larger than those of the world record holders, but they already achieve the terminal velocity about 2.5 seconds and energy is not increased any longer.

In the case of the world record holders, it is known that energy is increased and sprinters is accelerated until they get to the terminal.

---

\* A thesis submitted to the Committee of the Graduate School of Education, Cheju National University in partial fulfillment of the Requirements for the degree of Master of Education in July, 1986.