

碩士學位論文

비선형 파라메트릭 사영필터를
利用한 트러스 構造物의 損傷推定에서
손상지표의 유효성에 관한 研究



濟州大學校 産業大學院

建設環境工學科

建築工學 專攻

吳 昌 熹

2005

碩士學位論文

비선형 파라메트릭 사영필터를
利用한 트러스 構造物의 損傷推定에서
손상지표의 유효성에 관한 研究

指導教授：徐 日 教



제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

濟州大學校 産業大學院

建設環境工學科

吳 昌 熹


2 0 0 5

비선형 파라메트릭 사영필터를 이용한
트러스 構造物의 損傷推定에서
손상지표의 유효성에 관한 研究

指導教授：徐 日 教

이 論文을 工學 碩士學位 論文으로 提出함

2005年 月 日

 濟州大學校 産業大學院
建設環境工學科 建築工學 專攻

吳 昌 熹

吳昌熹의 工學碩士學位 論文을 認准함

2005年 月 日

委員長 나 수 연 印

委 員 서 일 교 印

委 員 장 명 훈 印

목 차

ABSTRACT	01
I. 서론	03
1. 연구배경 및 목적	03
2. 연구 내용	05
II. 비선형 파라메트릭 사영필터 이론	06
1. 필터 이론	06
2. 파라메트릭 사영필터 이론	09
1) 파라메트릭 사영필터	09
2) 기본 시스템	12
3) 잡음과 시스템의 초기 상태	13
4) 파라메트릭 사영필터 방정식	14
3. 비선형 파라메트릭 사영필터 이론	17
III. 비선형 파라메트릭 사영필터에 의한 손상추정법	20
1. 상태 방정식과 관측 방정식	20
2. 감도 행렬의 계산	22
3. 파라메타 γ 계산	23
4. 비선형 파라메트릭 사영필터 해석 알고리즘	26

IV. 손상지표	28
1. 손상지표의 정의	28
1) 정적하중의 변화에 의한 데이터	28
(1) 변위의 변화	28
(2) 변위곡률의 변화	28
2) 진동특성의 변화에 의한 데이터	29
(1) 고유진동수의 변화	29
(2) 모드 형상 진폭의 변화	29
(3) 모드 형상 진폭 곡률의 변화	29
V. 해석예제	30
1. 해석예제 1	30
1) 정적 데이터에 의한 손상추정	31
(1) 단일부재 손상의 경우	32
(2) 복수부재 손상의 경우	33
(3) 상태량의 초기치에 대한 검토	35
(4) 관측 잡음에 대한 검토	37
2) 동적 데이터에 의한 손상추정	38
(1) 단일부재 손상의 경우	39
(2) 복수부재 손상의 경우	43
(3) CNF와 CMS의 조합	47
(4) 상태량의 초기치에 대한 검토	50
(5) 관측 잡음에 대한 검토	51
(6) Kalman filter로 수행한 결과와 비교	53

2. 해석예제 2	55
1) 정적 데이터에 의한 손상추정	55
(1) 단일부재 손상의 경우	56
(2) 복수부재 손상의 경우	58
(3) 상태량의 초기치에 대한 검토	60
(4) 관측 잡음에 대한 검토	61
2) 동적 데이터에 의한 손상추정	63
(1) 단일부재 손상의 경우	63
(2) 복수부재 손상의 경우	67
(3) CNF와 CMS의 조합	70
(4) 상태량의 초기치에 대한 검토	73
(5) 관측 잡음에 대한 검토	74
(6) Kalman filter로 수행한 결과와 비교	76
VI. 결론	78
참고문헌	80

표 목 차

Table 4.1 Damage index	31
Table 4.2 Assumed damaged rate	32
Table 4.3 Result of damage identification with CSD in damaged single member	32
Table 4.4 Result of damage identification with CCSD in damaged single member	33
Table 4.5 Result of damage identification with CSD in damaged multi-member	34
Table 4.6 Result of damage identification with CCSD in damaged multi-member	35
Table 4.7 Damage index	38
Table 4.8 Assumed damaged rate	38
Table 4.9 Change of natural frequency in damaged single member	39
Table 4.10 Change of first mode shape in damaged single member	39
Table 4.11 Result of damage identification with CNF in damaged single member	40
Table 4.12 Result of damaged identification with CMS in damaged	

single member	41
Table 4.13 Result of damage identification with CCMS in damaged	
single member	42
Table 4.14 Change of natural frequency in damaged multi-member	43
Table 4.15 Change of first mode shape in damaged multi-member	44
Table 4.16 Result of damage identification with CNF in damaged	
multi-member	44
Table 4.17 Result of damage identification with CMS in damaged	
multi-member	46
Table 4.18 Result of damage identification with CCMS in damaged	
multi-member	47
Table 4.19 Damage index combined CNF with CMS	48
Table 4.20 Result of damage identification with CNF+CMS	
in damaged members	48
Table 4.21 Result of convergence by parametric projection filter and	
kalman filter in damaged members with CNF+CMS	53
Table 4.22 Damage index	55
Table 4.23 Assumed damaged rate	56
Table 4.24 Result of damage identification with CSD in damaged	
single member	57
Table 4.25 Result of damage identification with CCSD in damaged	

single member	57
Table 4.26 Result of damage identification with CSD in damaged	
multi-member	58
Table 4.27 Result of damage identification with CCSD in damaged	
multi-member	59
Table 4.28 Damage index	63
Table 4.29 Assumed damaged rate	63
Table 4.30 Result of damage identification with CNF in damaged	
single member	64
Table 4.31 Result of damage identification with CMS in damaged	
single member	65
Table 4.32 Result of damage identification with CCMS in damaged	
single member	66
Table 4.33 Result of damage identification with CNF in damaged	
multi-member	67
Table 4.34 Result of damage identification with CMS in damaged	
multi-member	68
Table 4.35 Result of damage identification with CCMS in damaged	
multi-member	69
Table 4.36 Damage index combined CNF with CMS	70
Table 4.37 Result of damage identification with CNF+CMS	

in damaged members 71

Table 4.38 Result of convergence by parametric projection filter and
kalman filter in damaged members with CNF+CMS 76



그 림 목 차

Fig 2.1 Formation of image restoration problem	09
Fig 2.2 Mathematical model of projection and parametric projection filter	11
Fig 2.3 Basic system	13
Fig 2.4 Construction of parametric projection filter	15
Fig 3.1 Relation of estimated state and observed data	24
Fig 3.2 Algorithm of nonlinear parametric projection filter	26
Fig 4.1 Analytical model 1	30
Fig 4.2 각 γ 값에 대한 손상부재의 상태량의 수렴상태	31
Fig 4.3 Effect of initial stiffness in 50% damage of member 2	36
Fig 4.4 Effect of the standard deviation of the observation	37
Fig 4.5 Result of damage identification with CNF of case 4 in damaged single member	40
Fig 4.6 Result of damage identification with CNF of case 4 in damaged multi-member	45
Fig 4.7 Result of damage identification in case 4 of CNF+CMS	50
Fig 4.8 Effect of initial stiffness in 50% damage of member 2	51
Fig 4.9 Effect of the standard deviation of the observation	52

Fig 4.10 Result of damage identification with CNF+CMS by kalman filter	54
Fig 4.11 Analytical model 2	55
Fig 4.12 Effect of initial stiffness in 50% damage of member 2	60
Fig 4.13 Effect of the standard deviation of the observation	61
Fig 4.14 Result of damage identification with CNF of case 4 in the damaged single member	64
Fig 4.15 Result of damage identification with CNF of case 4 in damaged multi-member	67
Fig 4.16 Result of damage identification in case 2 of CNF+CMS	73
Fig 4.17 Effect of initial stiffness in 50% damage of member 2	74
Fig 4.18 Effect of the standard deviation of the observation	75
Fig 4.19 Result of damage identification with CNF+CMS by kalman filter	77

A Study on Effectiveness of Damage Measures for Damage Assessment of Truss Structures using Nonlinear Parametric Projection Filter

Oh, Chang - Hee

*Department of Construction and Environmental Engineering
Graduate School of Industry
Cheju National University*

Supervised by Professor Suh, Ill-Gyo



After structures were built, they have always been exposed to external environment. As time has passed, most structures have been slowly or rapidly damaged by a variety of external loads of earthquake, wind, impact and so forth. Most structures continuously accumulate damage during their service life. Recently for the serviceability and safety of structures, the detection of structural damage becomes an important issue. Recent studies introduce probabilistic methods for detecting damage using statistically measured experimental data from healthy and damaged structures.

So, Five damage measures are presented in this paper. They are static displacement, curvature of static displacement, natural frequency, mode shape and curvature of mode shape. The static data are obtained by loading static load to the structure. And modal and dynamic data of a vibrating structure can be gained without dismantling the structure, these data are very useful in various aspects. But the results of detection are affected by the kind of damage measures to be used.

A study on effectiveness of damage measures on the structural damage detection using the Nonlinear Parametric Projection Filtering algorithm is presented and the effectiveness and convergence of damage measures are investigated in this paper.

Of all damage measures, CNF+CMS shows better convergence result than any other data.

I. 서론

1. 연구배경 및 목적

시대의 변화 및 기술의 발달에 따라 구조물은 점점 고층화, 대규모화 되고 있다. 최근에 자주 발생하고 있는 지진 등 자연재해에 의한 구조물의 손상과 구조물 철거 후 발생하는 폐기물 처리 문제등 심각한 환경문제에 대한 인식변화로 구조물을 무작정 철거하기 보다는 구조물의 Life Cycle을 연장시킬 수 있는 적절한 유지보수 방법에 대한 관심이 점점 커지고 있다. 구조물은 완성된 후부터 그 수명을 다할 때 까지 항상 외부환경에 노출되어 있어 시간의 흐름에 따라 지진, 바람, 충격 등의 각종 외부 하중에 의해 급격히 손상을 입게 된다. 구조물의 손상은 구조물의 부재 하나 혹은 복수 부재의 손상으로 시작하여 서서히 구조물 전체의 손상에 영향을 미칠 수 있다. 이러한 국부적인 부재의 손상에 의한 내력의 저하는 구조물의 치명적인 손상으로 이어져 구조물 전체의 파괴를 초래할 수 있으므로 손상 부위를 파악하여 적절한 보수 및 보강에 의해 내력을 회복시킬 필요성이 있다. 따라서 최근 들어 내구성과 안전성의 측면에서 기존 구조물의 내구연한을 합리적으로 예측하기 위한 구조물의 유지, 보수 및 교체 등을 위해 구조물의 손상 위치를 추정하고, 손상 정도를 평가하는 방법에 대한 연구개발 활동이 활발하게 이루어지고 있다. (Papadopoulos, L. and Garcia, E., 1998; Abdalla, M., Grigoriadis, K. and Zimmerman, D., 1998). 그러나, 손상부를 파악하고자하는 경우 그 위치나 정도를 정확히 알아내는 것은 매우 어려운 일이다.

구조물의 손상은 고유 진동수나 모드 형상과 같은 동적 거동에 영향을 주게 된다. 이러한 동특성의 변화는 진동대 실험 장비를 이용하여 구조물을 해체하지 않고 얻을 수 있으므로 경제적이고 여러 가지 측면에서 유용하다. 이런 개념을 바탕으로 손상위치나 손상정도를 추정하는 방법들이 많이 개발되어 왔다.

Cawley and Adams(1979)는 두개의 모드형상의 변화를 이용하여 손상위치를 결정하는 방법을 개발하였고, Kaouk and Zimmerman(1994)은 minimum rank updating theory를 이용하여 손상위치와 손상정도를 추정하는 방법을 제안하였으며, Lim and kashangaki(1994)는 측정된 모드형상과 Best achievable eigenvectors 사이의 Euclid norm를 이용하여 손상을 검출하는 방법을 개발하였다. 또한, 윤정방(1998)는 소수의

계측 데이터를 이용한 모드섭동법(inverse modal perturbation)을 이용한 손상 추정법을 개발하였고, R. P. C. Sampaio등(1999)은 고유 진동수와 모드형상의 곡률법을 이용하여 구조물의 손상 검출을 수행하였으며, S. S. Law등(2000)은 각 부재의 모달 변형 에너지를 이용한 손상 추정법을 개발하였다.

이러한 기존 구조물 내부의 손상부 추정 등을 수행하는데 역문제(inverse problem)의 해석은 매우 유용하여 최근 많은 관심을 끌고 있다(서일교, 1999). 역문제는 어떤 장에서 얻어진 정보를 토대로 그것이 나타내는 것과 같은 장의 미지량을 추정하는 것이다. 역문제 해석에서 지금까지 필터이론은 많은 관심을 받아왔고 또한 다양한 문제에 적용되어 그 유효성을 보여 왔다. 특히 칼만(Kalman)필터(片山 徹, 1983; 西山 清, 1994)는 다양한 분야에서 적용되어 왔으며, 구조물의 손상 추정에 있어서 관측 잡음을 고려하여 비선형으로 확장한 확장 칼만 필터는 효율적이고 정밀한 해석이 가능하여 그 유효성이 입증되어 왔다. 그러나 트러스 구조물과 같이 많은 부재로 이루어지는 경우 등 많은 문제에서 수렴속도가 늦는 문제점이 지적되었다(유숙경 등 2000). 그리고 화상복원문제 등 많은 역문제에서 그 효용성을 인정받고 있는 사영필터(Projection filter)는 수렴하는 경우 수렴속도는 빠르나 발산하는 경우가 많아 수렴성이 좋지 않은 결과를 보였다.(임은지 등 2003)

최근 사영 필터(Projection filter)를 변형한 파라메트릭 사영필터(Parametric projection filter) (小川英光, 1988)를 비선형 시스템에 대한 필터로 확장한 비선형 파라메트릭 사영필터를 적용한 구조물 손상추정법이 개발되었고, 이 추정법은 기존의 사영필터를 적용한 손상추정법의 단점을 많이 보완하여 수렴속도도 빠르며 수렴성도 좋은 결과를 보였다(서일교, 문효준 2004) 이 추정법도 초기데이터등 여러 가지 조건에 따라 해의 정도에 큰 영향을 받는다. 특히 관측데이터의 종류에 따라 매우 큰 영향을 받을 것이며 이에 대한 연구가 필요하다. 따라서 본 논문은 2차원 트러스 구조물을 대상으로 손상지표로서 정적하중에 의한 변위 및 변위곡률, 진동특성의 변화에 의한 고유진동수, 모드 형상 진폭 및 모드 형상 진폭 곡률에 대해 해의 수렴성 및 유효성을 조사하는데 목적이 있다.

2. 연구 내용

화상복원문제 등 많은 역문제에서 그 효용성을 인정받고 있는 비선형 파라메트릭 사영필터 알고리즘을 이용한 손상추정법에서 트러스구조물의 손상을 추정하기 위한 다양한 손상지표의 수렴성 및 유효성의 정도를 조사하고자 한다.

비선형 파라메트릭 사영필터 알고리즘을 적용하여 손상추정을 수행할 경우 여러 가지 데이터를 사용할 수 있다. 그러나 관측 데이터에 따라서 부재의 손상의 정도가 다르게 추정될 수도 있다. 따라서 구조물의 손상 후에 얻어지는 여러 가지 측정 데이터를 손상지표로 제안하고 각각의 손상지표를 해석예제를 통해 그 수렴성과 유효성을 검증하고 각각의 손상지표의 추정정도를 파악한다.

본 논문에서 손상추정을 위해 제안하는 손상지표로는 트러스 구조물에 정적하중에 의한 변위, 변위곡률과 진동특성에 의한 고유진동수, 모드 형상 진폭, 모드 형상 진폭 곡률이다.



II. 비선형 파라메트릭 사영필터 이론

1. 필터 이론

잡음이 섞인 관측치에서 신호 혹은 미지 파라메타를 추정하는 문제는 매우 오랜 역사를 가지고 있다. 19세기 초 최소 2승법(least square method)을 이용하여 유럽 각지에서 관측된 데이터를 기본으로 하여 혹성의 궤도 파라메타를 추정한 Gauss는 궤도의 미지 파라메타를 결정하는데 필요한 데이터의 최소 개수가 있다는 것과 관측 오차의 영향을 작게 하기 위해서는 보다 많은 관측 데이터가 필요하다고 밝혔다.

그 후 1940년대에 들어와서 시계열의 필터링 이론에 관한 중요한 논문이 Kolmogorov와 Wiener에 의해 독립적으로 발표되었다. 이러한 이론은 시계열의 정상성(定常性), 에르고딕성 및 무한시간 관측(無限時間觀測)¹⁾이라는 가정에 기초를 두고 있다. Kolmogorov는 힐베르트 공간 이론을 이용하여 예측문제에 대한 완전한 해를 얻었으나 그 해를 실현하는 방법에 대해서는 전혀 언급하지 않았다. 이것에 대해서 Wiener는 대공화기제어(對空火器制御, anti-aircraft fire-control) 문제에 대해서 필터링 문제를 고찰하여 최적 필터의 임펄스응답이 소위 Wiener-Hopf의 적분방정식을 만족하는 것을 나타내고 또 스펙트럼 분해(spectral factorization)에 의해 최적 필터의 전달함수를 결정하는 방법도 고안하였다. 이 최적 필터를 Wiener filter라 한다.

Wiener는 또 최적 필터를 실현하는 전기회로의 설계에도 흥미를 나타내어 그의 필터링 이론의 공학적 중요성을 주장하였다. 또 1960년에는 Lee에 의해 Wiener 이론의 공학자를 대상으로 한 해설서가 발표되었다. 이와 같은 이유로 Wiener 이론은 그 수학적 난해함에도 불구하고 공학자에게 큰 영향을 주었다. 더욱이 Levinson에 의한 Wiener 필터의 설계법은 최근의 디지털 신호처리 기술발달의 기초가 되고 있다.

Wiener에 의한 최적 필터링 문제의 정식화와 변분법에 의한 해법은 그 후 최적 제어 이론의 발달에 큰 영향을 미쳤다. 게다가 Wiener 이론은 통계적 통신이론의 기초가 됨과 동시에 Shannon의 정보이론의 연구에도 큰 영향을 주었다. 시계열의 스펙트럼밀도를 추정하는 모델링 문제와 더불어 시계열의 정상성 및 무한 시간 관측의 가정

1) 마이너스 무한대에서 현재시각 t 까지의 모든 관측 데이터가 이용될 수 있다는 것을 의미한다.

도 실제와는 맞아떨어지지 않는 경우가 많아 Wiener 이론은 실제(實際) 문제에 대한 응용은 쉽지가 않았다.

1950년대에 들어오면서 우주공학, 통신공학, 제어공학 분야의 사람들에 의해 Wiener 이론의 정상성, 무한시간 관측이라는 가정을 제거하고 비정상시계열의 필터링에 관한 연구가 이루어지게 되었다. 그러나 비정상 과정의 모델화는 실제로 어려운 것이므로 Wiener 필터의 확장이 완전히는 성공하지 못하였다.

1960년대에 들어와 Kalman과 Bucy는 선형 시스템에 대한 상태공간법(state space method)과 직교사영(orthogonal projection)의 이론을 이용하여 정상성(定常性)과 무한시간관측(無限時間觀測)의 가정을 제거하는데 성공하고 새로운 필터 알고리즘을 발표하였다. 또한 Kalman은 선형시스템이 가제어(可制御, controllable)이면서 가관측(可觀測, observable)이라는 조건하에서 새로운 필터는 점근안정(漸近安定)이라는 응용상 중요한 결과를 나타내었다. 이 필터는 지금은 칼만 필터(Kalman filter)로 알려져 있고 디지털 기술의 발달과 함께 우주공학, 제어공학, 통신공학뿐만 아니라 토목공학, 경제학, 통계학 등 많은 분야에서 사용되고 있다.

칼만 필터 외에도 신호와 화상복원문제 등에서 많은 필터들이 사용되고 있다. 화상 복원이란 화질이 열화된 관측화상으로부터 가능한 원래의 화상에 가까운 화상을 추정하는 것이다. 이런 측면에서 “복원한 화상이 원화상에 얼마나 가까운지를 평가”할 수 있는 기준이 필요하다. 평가기준에는 잡음의 영향도 고려가 되어야 된다. 지금까지 평가기준으로서 위너필터를 시작으로 파라메트릭 위너필터(Parametric wiener filter), 일반 역필터(Generalized inverse filter), 조건부 최소 2승 필터(Constrained least squares filter) 등의 고전적 최적 복원 필터와 사영 필터(Projection filter), 파라메트릭 사영필터(Parametric projection filter) 등의 사영 필터족(Family of projection filter)이 제시되었다. 그러나 고전적 복원필터는 평가기준에 문제점이 있다. 우선 위너필터는 화상집합에 관한 평균적인 의미에서 최적 근사 화상을 복원할 뿐으로 개개의 원화상에 대해서 최적 근사를 준다는 보장이 없다. 즉, 출현빈도가 높은 화상일수록 복원정도가 좋다는 것이다. 일반적으로 우리가 추정하는 대상은 출현 빈도가 낮은 경우가 많다. 즉 평균적인 의미가 아니고 개개의 대상에 대한 평가기준을 채용해야 한다. 일반 역필터나 조건부 최소 2승 필터는 복원화상과 원화상과의 차이를 관측화상의 공간에서 간접적으로 평가하고 있으며 원화상의 공간에서 과연 좋은 근사는 되어 있는가 하는 보증이 없다. 이에 반해 사영필터는 복원 화상과 원화상과의 차이를 직접 원화상의 공간에서 평가하고, 화상집합에 대한 평균적인 의미가 아니라 개개의 원화상에 대하여 최적근사화상을 복원하며 잡음의 영향을 고려한다. 파라메트릭 사영

필터는 사영필터를 변형한 필터로서 잡음이 있는 경우 복원화상의 흠어짐을 사영필터보다 훨씬 줄인 필터이다(小川英光, 1988). 현재 사영필터쪽은 화상복원 문제 등 많은 역문제에서 그 효용성을 인정받고 있다.



2. 파라메트릭 사영필터 이론

1) 파라메트릭 사영필터

화상복원문제는 열화된 관측데이터로부터 원래의 신호나 화상을 추정하는 것이므로 역문제로서 취급될 수 있다. 즉 열화된 화상을 복원하여 원화상에 가능한 한 가깝게 근사시키는 문제이다.

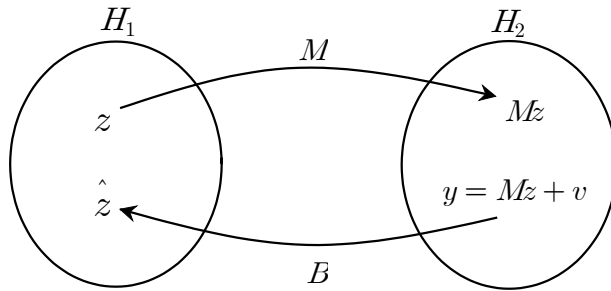


Fig 2.1 Formation of image restoration problem

화상 복원 모델을 힐베르트(Hilbert) 공간의 범위 안에서

$$y = Mz + v \quad (2.1)$$

$$\hat{z} = By \quad (2.2)$$

로 정식화 할 수 있다. 식(2.1)은 원화상 z 를 관측계 M 으로 관측한 것에 랜덤 잡음 v 가 중첩하여 y 로 되는 것을 나타낸다. 식(2.2)은 이 관측데이터를 복원필터 B 를 통과시킴으로서 복원화상 \hat{z} 가 얻어지는 것을 나타낸다. z 와 \hat{z} 가 속하는 공간을 원화상 공간이라고 하고 H_1 으로 나타낸다. y 와 v 가 속하는 공간을 관측공간이라 부르고 H_2 로 나타낸다. H_1 과 H_2 를 힐베르트 공간으로 한다. M 은 H_1 으로부터 H_2 로의 작용소이고 B 는 H_2 로부터 H_1 로의 작용소이다.

화상복원문제의 목적이 복원 화상을 원화상에 가능한 한 가깝게 근사시키는 것이 라면 원화상과 복원화상간의 가까운 정도를 평가하는 기준이 필요하다. 즉 복원 화상 B 를 결정하는 기준이 필요하다.

화상의 최적 복원을 위한 평가기준으로서 갖추어야 할 조건을 정리하면 다음과 같다.

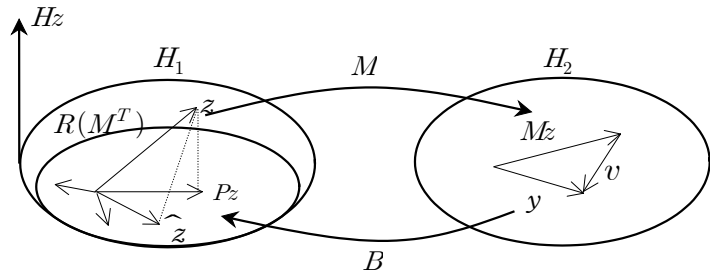
- ① 복원 화상 \hat{z} 와 원화상 z 의 가까운 정도의 평가는 원화상 공간 H_1 안에서 직접 한다.
- ② 복원시 평균적인 의미가 아니라 개개의 원화상에 대한 최량근사를 생각한다.
- ③ \hat{z} 의 노름이 작다든가 매끄럽다라고 하는 요청은 원화상 z 에 대하여 같은 성질을 알고 있는 경우 이외 주어지지 않는다. 만일 그와 같은 성질을 z 가 가지고 있는 경우는 H_1 의 노름의 정의에서 그것을 반영시켜서 ①의 형식으로 논한다.
- ④ 잡음의 영향도 고려하되 원화상 공간 H_1 안에서 직접 한다.

위의 4개의 조건을 만족하는 최적 복원 필터로서 사영필터(Projection filter)라는 것이 있다. 그러나 본 논문에서는 사영필터를 변형시킨 파라메트릭 사영필터(Parametric projection filter)를 제시한다.

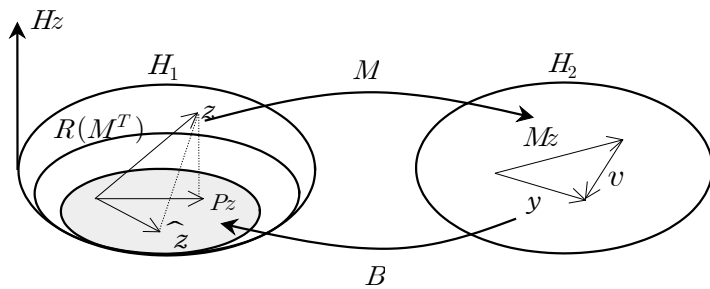
Fig 2.2는 사영필터와 파라메트릭 사영필터의 수리 모델을 나타낸 것이다. (a) 사영필터에서는 노이즈가 없는 경우는 벡터 z 의 M^T 의 치역 $R(M^T)$ 에서의 최량근사, 즉 사영작용소 P 에 의한 z 의 $R(M^T)$ 로의 사영 Pz 가 추정량 \hat{z} 와 일치하도록 요청되고 있다. 노이즈가 존재하는 경우는 \hat{z} 는 그 노이즈의 영향으로 z 의 최량근사 Pz 의 주변에 흩어지게 된다. (b)파라메트릭 사영필터는 사영필터에서의 제약조건 $B=PM$ 를 완화함으로서 사영필터를 수정한 필터로 구성되어 있다. 즉 노이즈가 없는 경우의 추정량 \hat{z} 을 z 의 $R(M^T)$ 로의 최량근사 Pz 로부터 약간 이동시킴으로서 노이즈가 있는 경우의 추정량의 흩어짐을 대폭 작게 할 수 있도록 한다. 이경우의 평가함수로서 다음 식과 같이 된다.

$$J = \text{tr} \{ (BM - P)(BM - P)^T \} + \gamma E_v (| Bv | ^2) \quad (2.3)$$

식(2.3)에서 제1항은 사영에 관한 제약조건 $BM = P$ 를 완화하기 위하여 더해지는 항이고 제2항은 사영필터에서 노이즈의 흩어짐에 관한 항이다. 계수 γ 는 추정량의 최량근사 부분과 노이즈부분 간의 균형을 조정하는 파라미터이다.



(a) Projection filter



(b) Parametric projection filter

Fig. 2.2 Mathematical model of projection and parametric projection filter

위의 평가함수의 최소화 부분 $J-Min$ 의 해를 파라메트릭 사영필터(Parametric projection filter : PPF)라 부르고 다음과 같이 주어진다.

$$B = M^T (MM^T + \gamma Q)^{-1} \quad (2.4)$$

파라메트릭 사영필터는 신호를 생성하는 시스템의 동특성, 잡음의 통계적 성질, 초기치에 관한 선행정보 및 시시각각 주어지는 관측데이터를 이용하여 시스템 상태의 최소 2승 추정치를 축차적으로 주는 온라인 데이터처리 알고리즘이다. 파라메트릭 사영필터는 다음과 같은 기본적인 가정에 바탕을 두고 있다.

① 시스템 방정식의 선형성(Linearity)

- 시스템이 선형이라는 가정은 추정 문제에서 허용된다.

② 시스템 및 관측 잡음의 백색성(Whiteness)

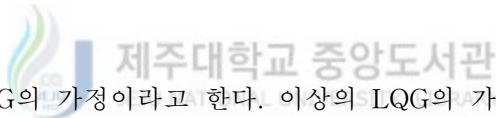
- 백색광과 같이 잡음의 스펙트럼 밀도가 모든 주파수대역에서 일정하다.
즉, 백색잡음은 시간적으로 무상관인 계열이다.

③ 잡음의 가우스성(Gaussian)

- 잡음의 진폭 분포가 가우스분포(정규분포)를 따른다는 것이다. 많은 독립인 확률변수들이 어떠한 분포인지에 상관없이 확률변수의 합계가 근사적으로 가우스성을 따른다는 것이다. (중심극한정리)

④ 최소2승 규범(Quadratic criteria)

- 최소 2승 추정치(최소분산추정치)는 조건부 기대치로서 특정 지어진다.
- 최소분산추정치에 대한 근사추정치를 생각할 수 있다.
- 가우스 분포인 경우, 최소분산추정치는 관측데이터의 선형 결합으로 된다.
- 상당히 넓은 클래스의 오차규범에 대해서 최적추정치는 최소분산추정치와 일치한다.



이것을 통상 LQG의 가정이라고 한다. 이상의 LQG의 가정 하에서 최적 필터는 선형으로 된다.

2) 기본 시스템

파라메트릭 사영필터는 다음과 같은 상태방정식과 관측방정식으로 주어지는 선형, 유한 차원의 이산시간 확률시스템을 대상으로 한다.

<상태방정식>

$$z_{t+1} = \Phi_t z_t + \Gamma_t w_t \tag{2.5}$$

<관측방정식>

$$y_t = M_t z_t + v_t \quad , \quad t \geq 0 \tag{2.6}$$

위 식은 Fig 2.3과 같은 블록선도로 나타낼 수 있으며 이를 기본 시스템이라고 한다. 여기서 z_t 는 t 시간 스텝에서의 상태벡터, w_t 는 시스템 잡음벡터, y_t 는 관측벡터, v_t 는 관측 잡음벡터, Φ_t 는 상태전이행렬(state transition matrix), Γ_t 는 구동행렬

(driving matrix), M_t 는 관측행렬(observation matrix)로 불리어 지고 z_t , w_t , y_t , v_t 는 확률변수벡터, Φ_t , Γ_t , M_t 는 기지의 확정행렬이다.

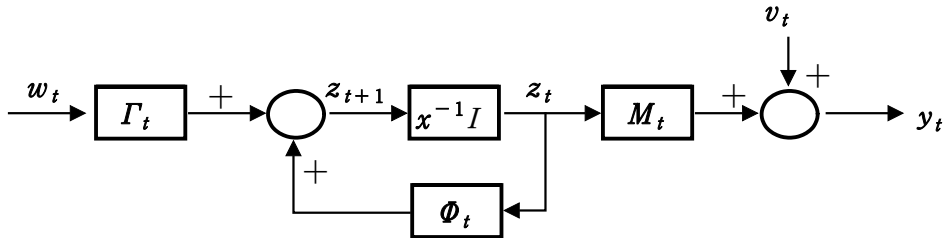


Fig 2.3 Basic system

Fig 2.3에서 x^{-1} 은 1 스텝 지연 연산자를 나타내고 z_{t+1} 을 1 스텝 이 전의 시각의 z_t 로 변환하고 있다($z_t = x^{-1}z_{t+1}$)

3) 잡음과 시스템의 초기 상태

필터링 문제를 푸는데 있어서 시스템 잡음 $\{w_t\}$, 관측 잡음 $\{v_t\}$ 및 초기 상태 z_0 에 대해서 확률적인 가정이 필요하다. 여기서 보통 $\{w_t\}$, $\{v_t\}$ 및 z_0 에 대해서 다음과 같은 가정이 이루어진다.

[가정 1]

$\{w_t\}$ 와 $\{v_t\}$ 는 각각 백색잡음이며 서로 독립인 확률과정으로, 각각 평균치벡터 0인 기지의 공분산행렬을 갖는 가우스 과정이다.

[가정 2]

z_0 는 기지인 평균치 벡터와 공분산행렬을 갖는 가우스 확률변수 벡터이다.

[가정 3]

z_0 는 $\{w_t\}$, $\{v_t\}$ 와 독립이다.

여기서 가우스성을 가정하는 이유는 다음과 같다.

- ① 많은 자연발생적인 확률변수(벡터)가 가우스성이라는 것이 실험적으로 확인 되었다.
- ② 독립이고 일반적으로 가우스성이 아닌 확률변수(벡터)의 경우에도 그 합계가 확률론의 중심극한정리에 의해 근사적으로 가우스성을 갖는 것이 많다.
- ③ 가우스 과정으로 가정할 경우 평균치벡터와 공분산행렬만으로 확률밀도함수를 결정할 수 있으므로 가우스성의 가정을 도입하면 보다 간단히 해결될 수 있다.

위 가정을 수식화 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 E\{z_0\} &= \bar{z}_0 \quad (\text{초기상태}) \quad , \quad E\{w_t\} = E\{v_t\} = 0 \quad , \\
 E\{(z_0 - \bar{z}_0)(z_0 - \bar{z}_0)^T\} &= R_0 \quad (\text{초기 추정오차공분산행렬}) \\
 E\left\{\begin{pmatrix} w_t \\ v_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_l & v_l \end{pmatrix}\right\} &= \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & Q \end{pmatrix} \delta_{tl} \quad , \quad \delta_{tl} = \begin{cases} 1 & t=l \\ 0 & t \neq l \end{cases} \quad , \\
 E\{w_t z_l^T\} = E\{v_t z_l^T\} &= 0 \quad (2.7)
 \end{aligned}$$

여기서 E는 기대치 연산기호, S는 시스템 잡음의 공분산 행렬, Q는 관측잡음의 공분산 행렬, 상첨자 T는 전치연산기호, δ_{tl} 은 Kronecker 델타기호이다.

4) 파라메트릭 사영필터 방정식

식(2.5), (2.6) 및 (2.7)으로 주어진 이산시간 확률 시스템에 대한 파라메트릭 사영필터 방정식은 다음과 같다.

(1) 필터 방정식

$$\hat{z}_{t+1/t} = \Phi_t \hat{z}_{t/t} \quad (2.8)$$

$$\hat{z}_{t/t} = \hat{z}_{t/t-1} + B_t [y_t - M_t \hat{z}_{t/t-1}] \quad , \quad t \geq 0 \quad (2.9)$$

(2) Filter Gain(파라메트릭 사영필터)

$$B_t = M_t^T (M_t M_t^T + \gamma Q_t)^{-1} \quad (2.10)$$

(3) 추정오차 공분산 행렬

$$\hat{R}_{t+1/t} = \Phi_t \hat{R}_{t/t} \Phi_t^T + \Gamma_t S_t \Gamma_t^T \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \hat{R}_{t/t} = & \hat{R}_{t/t-1} + B_t (M_t \hat{R}_{t/t-1} M_t^T + Q_t) B_t^T \\ & - B_t M_t \hat{R}_{t/t-1} - \hat{R}_{t/t-1} M_t^T B_t^T \end{aligned} \quad (2.12)$$

(4) 초기조건

$$\hat{z}_{0/-1} = \bar{z}_0, \quad \hat{R}_{0/-1} = R_0 \quad (2.13)$$

위의 식들의 표기법에 대해 살펴보면, \hat{z} 는 추정치 기호, $\hat{z}_{t/t-1}$ 는 $t-1$ 시간의 정보를 바탕으로 한 t 시간의 추정치이다.

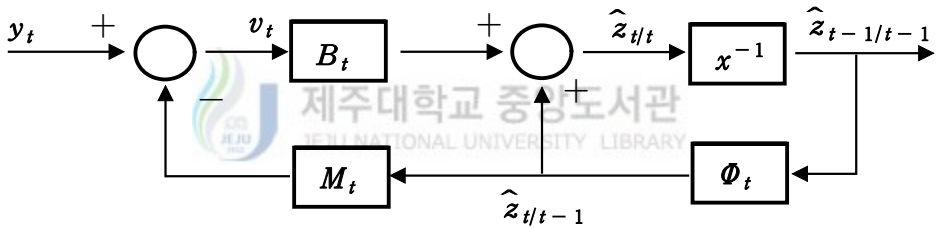


Fig 2.4 Construction of parametric projection filter

Fig. 2.4는 파라메트릭 사영필터의 구성도를 나타내고 있다. 명확히 파라메트릭 사영필터는 y_t 를 입력, 추정치 $\hat{z}_{t/t}$ (혹은 $\hat{z}_{t+1/t}$)을 출력하는 선형 시스템이고 그 구조는 필터게인(filter gain)을 제외하면 Fig. 2.3의 기본 시스템 구조와 비슷하다. 우선 \bar{z}_0, R_0 가 주어지면 식(2.13)로부터 $\hat{z}_{0/-1}, P_{0/-1}$ 이 정해지고 식(2.10)으로부터 B_0 가 계산된다. $t=0$ 에서 y_0 를 관측하고, 식(2.9), (2.12)로부터 $\hat{z}_{0/0}, P_{0/0}$ 가 구해진다. 다음 식(2.8), (2.11)으로부터 $\hat{z}_{1/0}, P_{1/0}$, 식(2.10)로부터 B_1 이 계산된다. $t=1$ 에서 y_1 을 관측하고, 다시 식(2.9), (2.12)로부터 $\hat{z}_{1/1}, P_{1/1}$ 이 구해지기 때문에 이하는 마찬가지로 수준으로 추정치 및 추정오차 공분산 행렬이 계산된다.

이와 같이 파라메트릭 사영필터는 새로운 관측치가 얻어지는 대로 이전의 추정치

를 수정하고 새로운 추정치를 계산하기 때문에 디지털 컴퓨터에 의한 온라인 상태 추정에 적합한 알고리즘이다.



3. 비선형 파라메트릭 사영필터 이론

비선형 파라메트릭 사영필터 이론은 선형 시스템을 대상으로 하는 파라메트릭 사영필터 이론을 비선형 문제에 확장 적용시킨 필터이론으로, 비선형 벡터 함수를 상태 벡터의 추정량의 주위에서 Taylor 전개하고 고차항을 무시하여 선형화시킨 다음의 이산시간 확률 시스템을 대상으로 한 것이다.

확장 칼만 필터의 상태방정식, 관측방정식과 확률적 정의는 다음과 같다.

< 상태방정식 >

$$z_{t+1} = \phi_t(z_t) + w_t \quad (2.14)$$

< 관측방정식 >

$$y_t = m_t(z_t) + v_t \quad (2.15)$$

여기서 z_t 는 n차원 상태벡터, y_t 는 p차원 관측벡터, w_t, v_t 는 평균치 0이고 공분산 행렬은 다음의 식(2.16)의 가우스 확률 벡터로 한다.

$$E \left\{ \begin{pmatrix} w_t \\ v_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_t^T & v_t^T \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} S_t & 0 \\ 0 & Q_t \end{pmatrix} \delta_{t\tau} \quad (2.16)$$

초기치 z_0 는 평균치 \bar{z}_0 이고, 공분산 행렬 R_0 의 가우스 확률벡터이고 z_0 는 w_t, v_t 와는 독립으로 가정한다. $\phi_t(z_t), m_t(z_t)$ 는 각각 n차원 및 p차원 비선형 벡터 함수이고, z_t 에 대해서 미분가능으로 가정한다.

$$\phi_t(z_t) = \begin{pmatrix} \phi_t^{(1)}(z_t) \\ \vdots \\ \phi_t^{(n)}(z_t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_t^{(1)}(z_t^{(1)}, \dots, z_t^{(n)}) \\ \vdots \\ \phi_t^{(n)}(z_t^{(1)}, \dots, z_t^{(n)}) \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

$$m_t(z_t) = \begin{pmatrix} m_t^{(1)}(z_t) \\ \vdots \\ m_t^{(p)}(z_t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_t^{(1)}(z_t^{(1)}, \dots, z_t^{(n)}) \\ \vdots \\ m_t^{(p)}(z_t^{(1)}, \dots, z_t^{(n)}) \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

여기서는 식(2.17), (2.18)의 비선형함수 ϕ_t, m_t 가 매끄럽다는 가정 하에서 식(2.14), (2.15)를 추정치 $\hat{z}_{t/t}, \hat{z}_{t/t-1}$ 의 주위에서 선형화한다. (Taylor 전개)

$$\phi_t(z_t) = \phi_t(\hat{z}_{t/t}) + \Phi_t(z_t - \hat{z}_{t/t}) + \dots \quad (2.19)$$

$$m_t(z_t) = m_t(\hat{z}_{t/t-1}) + M_t(z_t - \hat{z}_{t/t-1}) + \dots \quad (2.20)$$

식(2.19), (2.20)의 고차항을 무시하면

$$\phi_t(z_t) = \phi_t(\hat{z}_{t/t}) + \Phi_t(z_t - \hat{z}_{t/t}) \quad (2.21)$$

$$m_t(z_t) = m_t(\hat{z}_{t/t-1}) + M_t(z_t - \hat{z}_{t/t-1}) \quad (2.22)$$

이상에서, Φ_t, M_t 는 다음과 같다.

$$\Phi_t = \left(\frac{\partial \phi_t}{\partial z_t} \right)_{z=\hat{z}_{t/t}} \quad (n \times n) \quad , \quad M_t = \left(\frac{\partial m_t}{\partial z_t} \right)_{z=\hat{z}_{t/t-1}} \quad (p \times n) \quad (2.23)$$

식(2.21), (2.22)을 이용하여 식(2.14), (2.15)의 고차항을 무시하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$z_{t+1} = \Phi_t z_t + w_t + \phi_t(\hat{z}_{t/t}) - \Phi_t \hat{z}_{t/t} \quad (2.24)$$

$$y_t = M_t z_t + v_t + m_t(\hat{z}_{t/t-1}) - M_t \hat{z}_{t/t-1} \quad (2.25)$$

식(2.24)과 식(2.25)의 선형화 시스템을 이용하여 다음과 같은 비선형 파라메트릭 사영필터의 알고리즘을 얻을 수 있다.

(1) 필터 방정식

$$\hat{z}_{t+1/t} = \phi_t(\hat{z}_{t/t}) \quad (2.26)$$

$$\hat{z}_{t/t} = \hat{z}_{t/t-1} + B_t[y_t - m_t(\hat{z}_{t/t-1})] \quad (2.27)$$

(2) Filter gain

$$B_t = M_t^T (M_t M_t^T + \gamma Q_t)^{-1} \quad (2.28)$$

(3) 추정오차 공분산 행렬

$$\hat{R}_{t+1/t} = \Phi_t \hat{R}_{t/t} \Phi_t^T + S_t \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} \hat{R}_{t/t} = & \hat{R}_{t/t-1} + B_t (M_t \hat{R}_{t/t-1} M_t^T + Q_t) B_t^T \\ & - B_t M_t \hat{R}_{t/t-1} - \hat{R}_{t/t-1} M_t^T B_t^T \end{aligned} \quad (2.30)$$

(4) 초기조건

$$\hat{z}_{0/-1} = \bar{z}_0, \quad \hat{R}_{0/-1} = R_0 \quad (2.31)$$



III. 비선형 파라메트릭 사영필터에 의한 손상추정법

1. 상태방정식과 관측방정식

구조물이 어떠한 원인에 의해 그 질량이나 강성 혹은 감쇠특성이 변화하면 구조물의 응답도 변화한다. 여기서 구조물에 대한 하중 재하 및 진동실험 등에 의하여 얻어진 고유진동수 혹은 고유진동모드 등의 데이터를 이용하여 구조물의 손상상태를 추정할 수 있다.

본 논문에서는 파라메트릭 사영필터 알고리즘을 적용하여 구조물의 손상전과 손상 후의 진동특성의 변화를 이용하여 손상 추정을 수행한다. 따라서 트러스 구조물의 정적하중에 의한 변위, 변위곡률과 자유진동에 의해 얻어지는 고유진동수와 모드형상진폭을 관측 데이터로 채택하고 구조물내의 각 부재의 손상을 강성의 저하로 평가한다. n 개의 부재로 구성되는 트러스 구조물의 각 부재의 강성 $\{K_1, K_2, \dots, K_n\}$ 을 미지의 상태벡터 z 로 하면 관측 데이터인 고유진동수 및 모드진폭과 미지량인 강성의 관계는 비선형이기 때문에 시스템은 다음과 같이 모델화 할 수 있다.

$$y = m(z) + v \quad (3.1)$$

여기서, y 는 관측벡터로서 고유진동수 및 모드진폭을, v 는 관측 잡음벡터를 나타낸다. $m(z)$ 는 z 에 관한 비선형 함수로서 손상지표를 나타낸다. 또한 트러스 구조물에서 상태량 즉 부재의 강성은 정수이어서 시간적으로 변화하지 않는 파라미터이기 때문에 시간적 천이구조(遷移構造)를 갖지 않게 된다. 따라서 시스템잡음 w_t 는 고려할 필요가 없으므로 시스템의 상태방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$z_{t+1} = I z_t \quad (3.2)$$

여기서 아래 첨자 t 는 반복계산에서 각 스텝을 나타내면, I 는 단위행렬을 나타

낸다. 또한 식(3.2)에서 주어진 각 스텝에서의 상태방정식으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y_t = m_t(z_t) + v_t \quad (3.3)$$

그리고 초기치 \bar{z}_0 , 추정오차공분산 행렬 R_0 는 일반적으로 모르기 때문에 초기치를 가정하여 계산한다. 따라서 계산과정에서 얻어지는 추정치는 필터방정식에서 알 수 있듯이 칼만 필터를 이용한 알고리즘에서는 \bar{z}_0 와 R_0 에 의존하게 되나 파라메트릭 사영필터를 이용한 알고리즘에서는 \bar{z}_0 에만 의존하게 된다.



2. 감도행렬의 계산

선형화에 대응하는 감도행렬 M_t 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 M_t &= \left(\frac{\partial m_t(z_t)}{\partial z_t} \right) \\
 &= \begin{pmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial z_1}, \frac{\partial y_1}{\partial z_2}, \dots, \frac{\partial y_1}{\partial z_n} \\ \frac{\partial y_2}{\partial z_1}, \frac{\partial y_2}{\partial z_2}, \dots, \frac{\partial y_2}{\partial z_n} \\ \vdots \\ \frac{\partial y_m}{\partial z_1}, \frac{\partial y_m}{\partial z_2}, \dots, \frac{\partial y_m}{\partial z_n} \end{pmatrix} \quad (3.4)
 \end{aligned}$$

식(3.4)는 각 스텝의 z_t 에 의존하기 때문에 필터링과정에서 반복 계산되어야 한다.

본 논문에서는 감도행렬의 성분을 다음과 같이 차분근사에 의해 구하였다.

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\partial y_i}{\partial z_i} \right)_{t/t-1} &\cong \frac{1}{\Delta z_i} \{ y_i(z_1, z_2, \dots, z_j + \Delta z_j, \dots, z_n) \\
 &\quad - y_i(z_1, z_2, \dots, z_j, \dots, z_n) \} \quad (3.5)
 \end{aligned}$$

여기서 z_j ($j = 1 \sim n$)는 미지의 상태벡터 z 의 성분을 나타낸다.

3. 파라메타 γ 계산

파라메트릭 사영필터를 사용한 기존의 화상복원문제 등에서는 파라메타 γ 값을 시행착오를 거쳐서 결정하였다. 그러나 최근에 동적문제에 대해 파라메타 γ 값을 각 스텝마다 최적값을 결정할 수 있는 방법이 다음과 같이 제안되었다.(서일교, 문효준 2004).

파라메트릭 사영필터를 사용한 경우 추정오차 공분산 행렬의 영향을 받지 않기 때문에 상태량을 추정하는 과정은 다음과 같은 2개의 식을 통해서 이루어진다.

$$B_t = M_t^T (M_t M_t^T + \gamma Q_t)^{-1} \quad (3.6)$$

$$\hat{z}_{t/t} = \hat{z}_{t/t-1} + B_t [y_t - m_t(\hat{z}_{t/t-1})] \quad (3.7)$$

여기서 M_t 는 $m \times n$ 인 감도행렬, Q_t 는 $n \times n$ 인 관측오차 공분산행렬, y_t 는 $n \times 1$ 인 관측벡터, z_t 는 $m \times 1$ 인 상태벡터, B_t 는 $n \times m$ 인 파라메트릭 사영필터, γ 는 추정량의 최량근사 부분과 노이즈부분 간의 균형을 조정하는 파라미터이다.

식(3.7)에서 $B_t [y_t - m_t(\hat{z}_{t/t-1})]$ 은 새로운 추정치 $\hat{z}_{t/t}$ 를 추정하기 위한 증분(+ or -)역할을 하며 B_t 는 두 점 $(m_t(\hat{z}_{t/t-1}), \hat{z}_{t/t-1})$ 와 $(y_t, \hat{z}_{t/t})$ 을 지나는 직선의 기울기로 생각할 수 있다. 본 논문에서는 이러한 점을 이용하여 파라메타 γ 을 계산할 것이다.

구조물의 손상부위를 추정하는 데 사용되는 데이터는 추정하고자 하는 상태량과의 상관관계가 있어야 한다. 본 논문에서 사용되는 관측데이터는 정적하중에 의한 변위, 변위곡률과 진동특성의 변화를 통해 얻어지는 고유 진동수와 고유 모드형상이며, 이 데이터를 이용하여 추정되는 구조물의 물성치는 구조물의 강성이다. 관측데이터인 고유 진동수와 추정치인 강성과의 관계는 비선형관계이므로 Fig 3.1과 같이 나타낼 수 있다.

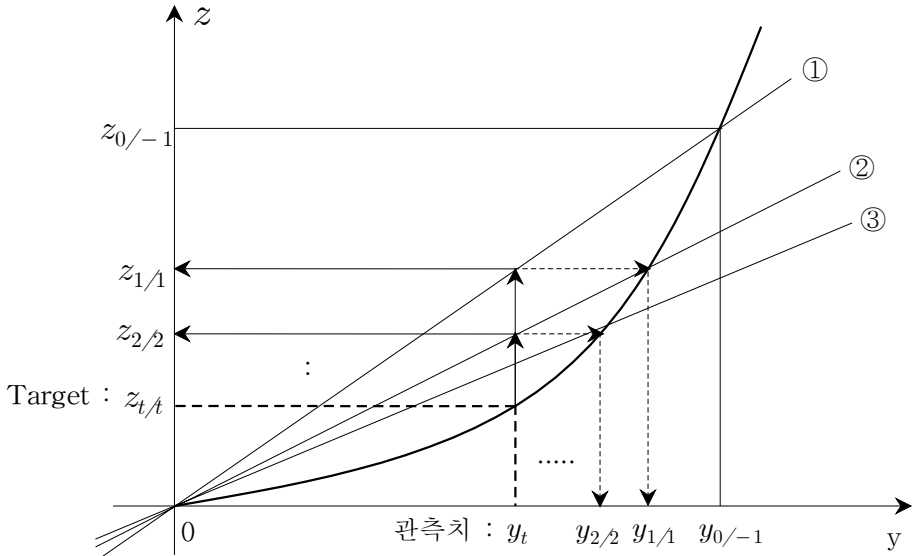


Fig 3.1 Relation of estimated state and observed data

우선, 초기치($y_{0/-1}$, $z_{0/-1}$)와 원점(0 , 0)을 지나는 직선 ①을 그리고 그 기울기를 B_t 로 놓으면 식(3.6)과 (3.7)은 다음과 같이 된다.

$$\hat{z}_{0/-1} = M_0^T (M_0 M_0^T + \gamma Q_0)^{-1} \{m_0(\hat{z}_{0/-1})\} \quad (3.8)$$

여기서 $m_0(\hat{z}_{0/-1})$ 은 상태량 $z_{0/-1}$ 의 관측치이다. 식(3.8)을 전개하여 γ 에 대해서 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\gamma Q_0 (M_0 M_0^T)^{-1} M_0 z_{0,0-1} = m_0(\hat{z}_{0,0-1}) - M_0 z_{0,0-1} \quad (3.9)$$

여기서 좌, 우변의 식은 $m \times 1$ 의 열벡터이고, γ 은 $\gamma > 0$ 인 실수이다. 따라서 식(3.9)에서 파라메타 γ 을 계산할 수 있고, 스텝 $t=1$ 에서 B_1 을 결정할 수 있다. 이에 따라 식(3.7)에서 실제 관측치 y_t 에 대응하는 추정치 $z_{1/1}$ 를 계산할 수 있다. 그러나 이 추정치는 직선 ①을 만족하는 값일 뿐 실제 관측치에 해당하는 추정치는 아니다. 다시 추정치 $z_{1/1}$ 에 대한 관측치 $y_{1/1}$ 를 구한다.

다시 원점(0, 0)과 2번째 점($y_{1/1}$, $z_{1/1}$)을 지나는 직선 ②를 그리고 그 기울기를 B_2 로 놓고 직선 ①에서와 마찬가지로 γ 를 계산하고, 스텝 $t=2$ 에서 B_2 를 결정한다. 그리고 다시 관측치 y_t 에 대응하는 추정치 $z_{2/2}$ 를 구한다. 이에 대응하는 실제 관측치 $y_{2/2}$ 를 구한다. 이러한 과정을 반복하면 우리가 구하고자 하는 실제추정치 $z_{t/t}$ 을 구할 수 있다.

식(3.9)을 스텝 t 에 대해서 일반화 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\gamma Q_t (M_t M_t^T)^{-1} M_t z_{t/t-1} = m_t (\hat{z}_{t/t-1}) - M_t z_{t/t-1}, \quad t \geq 0 \quad (3.10)$$

식(3.10)을 통해 구한 파라메타 γ 는 각 스텝마다 추정치의 값이 변하므로 이에 따라 적절하게 변하게 될 것이다. 따라서 손상 추정을 위한 파라메타 γ 값을 결정하기 위해 일일이 시행착오를 수행할 필요가 없으며, 구조물의 종류나 물성치의 변화에 따라 적절하게 각 스텝마다 파라메타 γ 값을 계산할 수 있기 때문에 손상 추정의 효율성을 높일 수 있다.



4. 비선형 파라메트릭 사영필터 해석 알고리즘

Fig 3.2는 비선형 파라메트릭 사영필터 알고리즘을 나타내며, 해석순서는 다음과 같다.

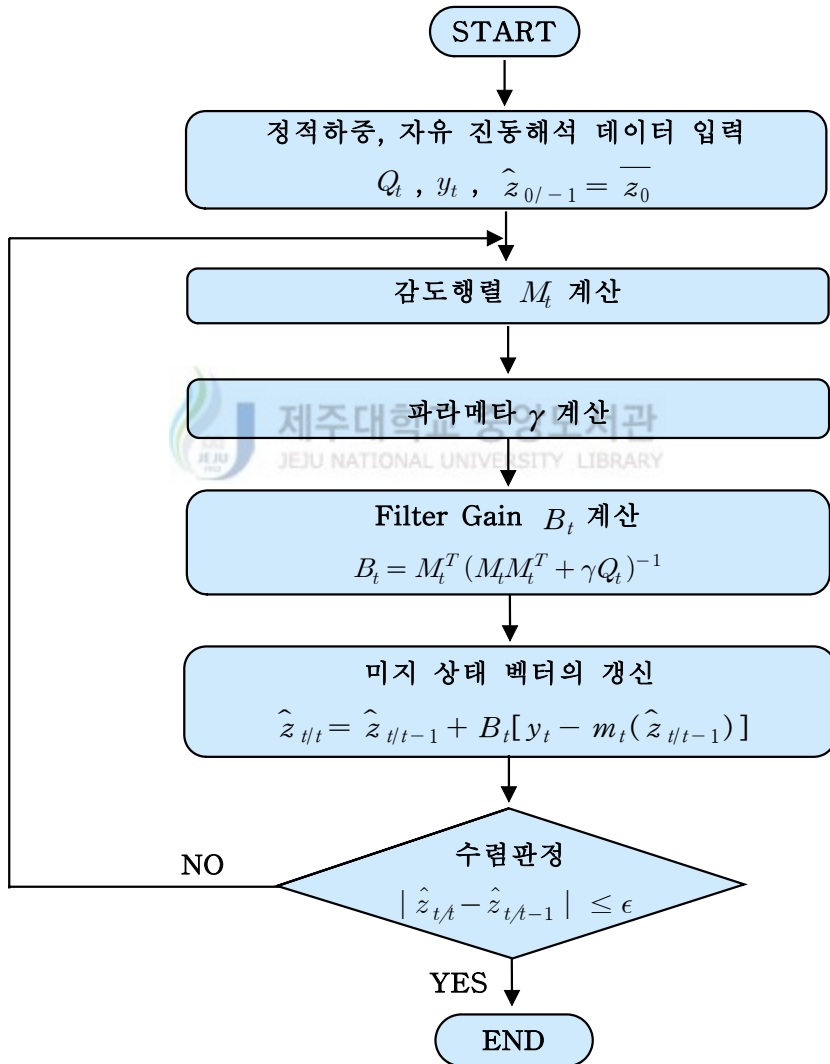


Fig 3.2 Algorithm of nonlinear parametric projection filter

- (1) 추정할 미지량의 초기치 벡터 $\overline{z_0}$ 를 가정하여 초기 확률 분포를 설정한다.
- (2) 트러스의 자유진동문제 해석에 필요한 데이터와 경계조건 등을 설정한다.
- (3) 관측데이터 y 를 입력하고 거기에 포함되는 관측 잡음에 관한 관측 잡음 공분산 행렬 Q 을 설정한다.
- (4) 필터링과정에서 반복해서 갱신되는 추정치 $\hat{z}_{t/t-1}$ 을 이용하여 구조물의 고유 진동수 y_t 를 계산하고 또한 감도 행렬 M_t 를 계산한다. ($\hat{z}_{0/-1} = \overline{z_0}$)
- (5) 파라메트릭 사영필터의 파라메타 γ 를 계산하고, 미지량에 대한 Filter Gain B_t 를 계산한다.
- (6) 필터 방정식으로부터 갱신량 $\hat{z}_{t+1/t}$ 을 계산한다.
- (7) 수렴판정을 하고, 수렴하지 않는 경우는 STEP (4)로 돌아간다.

이상의 계산을 수렴조건에 만족할 때까지 반복 계산한다.



IV. 손상지표

비선형 파라메트릭 사영필터 알고리즘을 적용하여 손상추정을 수행할 경우 여러 가지 데이터를 사용할 수 있다. 그러나 관측 데이터에 따라서 부재의 손상의 정도가 다르게 추정될 수도 있다. 따라서 구조물의 손상 후에 얻어지는 여러 가지 측정 데이터를 손상지표로 제안하고, 각각의 손상지표에 대해 몇 가지 Case로 나누어 해석예제를 통해 손상추정을 수행하고 그 유효성과 수렴성을 검증한다.

1. 손상지표의 정의

비선형 파라메트릭 사영필터 알고리즘을 적용하면 구조물의 손상추정을 위한 관측 데이터를 다양하게 선택할 수 있다. 본 논문에서는 구조물의 손상 전과 손상 후의 정적 변화와 진동특성의 변화를 이용하여 손상을 추정한다. 따라서 트러스 구조물의 정적하중에 의해 얻어지는 데이터인 변위, 변위곡률과 자유진동에 의해 얻어지는 고유진동수, 모드형상진폭 및 모드형상진폭곡률을 채택한다. 대상 구조물에 대해 적용되는 5가지 손상지표의 정의는 다음과 같다.

1) 정적하중에 의한 데이터

(1) 변위의 변화 (Change of Static Displacement : 이하 CSD)

구조물에 정적하중을 재하시켜 모니터링해서 얻은 계측데이터로 절점 i 에서의 j 방향 변위를 표시한다.

(2) 변위 곡률의 변화 (Change of Curvature of Displacement : 이하 CCSD)

절점 $I-1$ 에서 $I+1$ 까지의 정적하중에 의한 변위를 중앙차분법에 의해 구해진 절점 I 에서의 j 방향 변위의 곡률 CD_{ij} 가 손상후 변화된 값으로 CD_{ij} 의 정의는 다음과 같다.

$$CD_{ij} = (\delta_{i-1,j} - 2\delta_{i,j} + \delta_{i+1,j}) / h^2$$

2) 진동특성의 변화에 의한 데이터

(1) 고유진동수의 변화 (Change of Natural Frequency : 이하 CNF)

고유치 문제나 구조물의 진동을 모니터링해서 얻은 계측데이터에서 j차 모드의 고유진동수 w_j 가 손상 후 변화된 값을 말한다.

(2) 모드형상진폭의 변화 (Change of Mode Shape : 이하 CMS)

고유치 문제나 구조물의 진동을 모니터링해서 얻은 계측 데이터에서 절점 i에서 나타난 j차 모드의 모드형상진폭 ϕ_{ij} 가 손상 후 변화된 값을 말한다.

(3) 모드형상진폭곡률의 변화 (Change of Curvature of Mode Shape : 이하 CCMS)

절점 i-1에서 i+1까지의 모드형상진폭을 중앙차분법에 의해 구해진 절점 i에서 j차 모드의 곡률 C_{ij} 가 손상 후 변화된 값으로 C_{ij} 의 정의는 다음과 같다.

$$C_{ij} = (\phi_{i-1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i+1,j}) / h^2$$

여기서, h 는 절점 i-1에서 i+1까지의 거리를 나타낸다.

특히 CCMS는 C_{ij} 가 손상 후 변화된 값으로 축 방향에 대해 2번 미분함으로써 감도를 높인 것이다.

V. 해석예제

1. 해석예제 1

Fig 4.1에 나타낸 2차원 트리스 구조물은 부재 단면적 $A=10\text{ cm}^2$, 영계수 $E=2.1 \times 10^6\text{ kgf/cm}^2$, 밀도 $\rho=0.00787\text{ kg/cm}^2$ 이다.

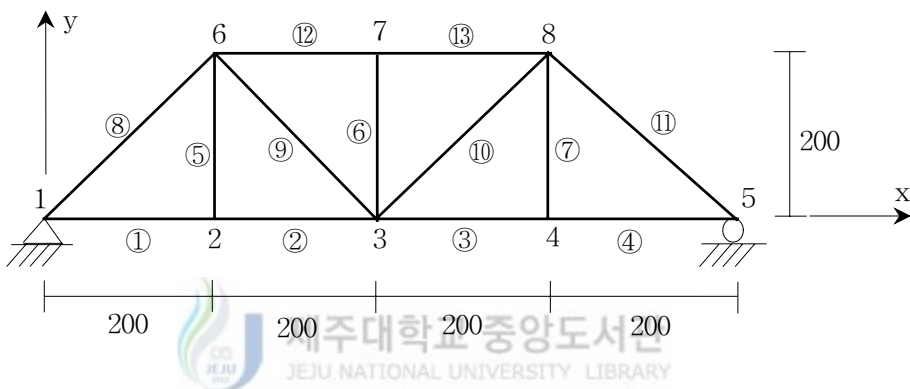


Fig 4.1 Analysis model 1 (단위 : cm)

손상추정을 위한 확률분포로는 관측 값은 관측치의 30%를 표준편차로 하는 분포로 가정하고 초기조건으로 정상시의 강성을 초기 상태벡터로 한다. 또 감도 행렬 계산을 위한 초기치는 정상시의 30%의 손상으로 가정한다.

손상지표로 사용되는 관측데이터는 구조물의 손상전과 손상후의 변화를 모니터링 하여 얻은 계측 데이터를 사용해야 하나 본 논문에서는 순해석에 의한 수치해를 사용하였고, 부재 손상도는 부재 강성의 저하로 나타내었다. 강성저하를 판단하는 강성비는 '손상 후 강성/손상 전 강성'으로 표시한다.

1) 정적 데이터에 의한 손상추정

Fig 4.2에서 알 수 있듯이 파라메트릭 사영필터의 파라메타 γ 의 값은 $\gamma=2.0, 1.0, 0.01, 0.0001, 0.000005, 0.0000001, 0.00000001, 0.000000001$ 의 8가지 경우에 대해 가정 하였으나, $\gamma=2.0, 1.0, 0.01, 0.0001, 0.000005$ 에서는 손상 추정이 거의 이루어지지 않고 $\gamma=0.0000001, 0.00000001$ 에서는 초기에 추정오차가 큼을 알 수 있다. $\gamma=0.00000001$ 인 경우에서 손상 부재의 상태량의 수렴이 좋음을 볼 수있다. 따라서 $\gamma=0.00000001$ 의 경우에 대해서 각 Case별로 상태량의 수렴 상황을 살펴보기로 한다.

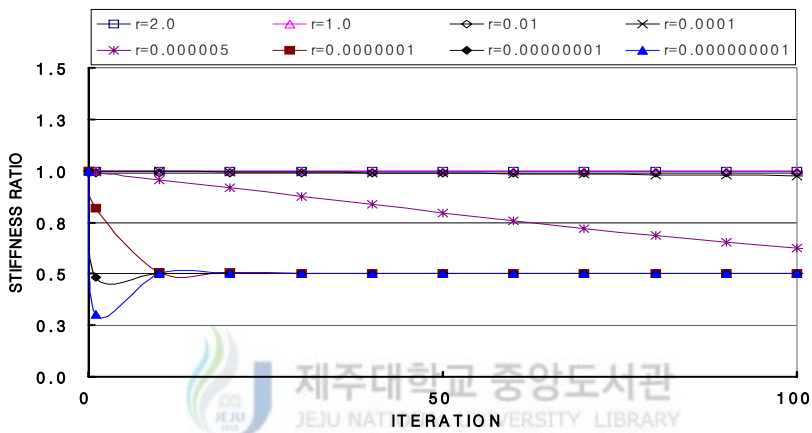


Fig 4.2 각 γ 값에 대한 손상부재의 상태량의 수렴상태

손상추정을 위한 손상지표를 5개의 Case로 나누어 Table 4.1에 나타내었다. CSD는 상부절점, 하부절점, 좌측절점, 우측절점 및 전체절점에서 x, y방향의 자유도에 대해서 나누었다. 그리고 CCSD는 상, 하부절점에서 x, y방향의 자유도에 대해서 나누었다.

Table 4.1 Damage index

Case	CSD	CCSD
1	절점 2,3,4의 x,y 자유도	절점 2,3,4의 x,y 자유도
2	절점 2,3,6,7의 x,y 자유도	절점 7의 x,y 자유도
3	절점 3,4,7,8의 x,y 자유도	절점 2,3,4,7의 x,y 자유도
4	모든 절점의 x,y 자유도	
5	절점 6,7,8의 x,y 자유도	

손상 추정을 위한 부재의 손상 상태를 Table 4.2에 나타내었다. 부재의 손상 상태는 단일부재 손상인 경우와 복수부재 손상인 경우로 나누었으며, 복수부재 손상인 경

우는 손상 정도가 같은 경우와 다른 경우로 나누었다.

Table 4.2 Assumed damaged rate

Case	Damaged member		
	No.2	No.10	No.13
1	50%		
2		50%	
3			50%
4	50%	50%	
5	30%		50%
6	30%	50%	70%

(1) 단일부재 손상의 경우

단일부재 손상에 대해서는 부재 2, 10 그리고 13이 각각 50%씩 손상되었을 경우에 대해 고려하였다. Table 4.3은 Table 4.1에서 제시한 각 Case별 CSD에 의한 손상추정을 나타낸다.

Table 4.3 Result of damage identification with CSD
in damaged single member

Damaged member	CSD		
	Case	강성비	Iteration
No. 2	1	0.50	10
	2	0.50	20
	3	0.66	30
	4	0.50	15
	5	0.69	30
No. 10	1	0.75	160
	2	0.95	10
	3	0.50	70
	4	0.50	120
	5	0.70	210
No. 13	1	0.73	130
	2	0.71	10
	3	0.50	10
	4	0.50	10
	5	0.50	10

CSD의 경우 부재 2가 손상된 경우에 Case 1, 2, 4에서 0.5로 수렴하여 좋은 결과를 보이고 있지만 부재 10, 13이 손상된 경우에는 Case 3, 4에서 손상 추정 결과가 좋게 나온 것을 볼 수 있으며, CSD는 수렴속도가 빠르고, 상부부재가 손상된 경우에는 상부절점의 데이터를, 하부부재가 손상된 경우에는 하부절점의 데이터를, 경사 부재가 손상된 경우에는 상·하부절점의 데이터를 사용한 경우 손상된 부재의 손상 정도를 잘 추정하고 있는 것을 볼 수 있다.

Table 4.4는 단일 부재의 손상인 경우의 CCSD에 의한 손상 추정을 나타낸다. CCSD의 경우는 부재 2가 손상된 경우에 Case 1, 3에서 0.5로 수렴하여 좋은 결과를 보이고 있지만, 부재 10, 13이 손상된 경우에는 모든 Case에서 추정오차가 크게 발생하여 전체적으로 손상 추정이 잘 이루어지지 않는 것을 볼 수 있다. CCSD를 단일 지표로 사용하여 손상추정을 수행한 결과 CSD와 마찬가지로 상부부재가 손상된 경우에는 상부절점의 데이터를, 하부부재가 손상된 경우에는 하부절점의 데이터를, 경사 부재가 손상된 경우에는 상·하부절점의 데이터를 사용한 경우 손상된 부재의 손상 정도를 잘 추정하고 있는 것을 볼 수 있다.

Table 4.4 Result of damage identification with CCSD in damaged single member

Damaged member	CCSD		
	Case	강성비	Iteration
No. 2	1	0.50	10
	2	0.95	10
	3	0.50	10
No. 10	1	0.97	10
	2	-	-
	3	0.73	50
No. 13	1	0.78	10
	2	0.89	20
	3	0.70	30

(2) 복수부재 손상의 경우

복수부재 손상에 대해서는 부재 2와 10이 각각 50%, 2와 13이 각각 30%, 50% 그리고 2, 10과 13이 각각 30%, 50%, 70%씩 손상되었을 경우에 대해서 고려하였다.

Table 4.5는 복수부재 손상인 경우 각 Case별로 CSD에 의한 손상추정의 결과를

나타낸 것이다. 모든 절점의 데이터를 사용한 Case 4의 경우에서 손상된 부재의 상태량 추정결과가 가장 좋은 것을 볼 수 있다. 부재 2와 10의 손상된 경우 Case 1, 2에서 부재 2의 추정 결과가 좋았고, 부재 10은 Case 3에서 추정 결과가 좋았으나, 그 외에는 추정오차가 크게 발생한 것을 볼 수 있다. 부재 2, 10, 13의 손상된 경우 부재 10은 Case 3에서 부재 13은 Case 3 과 5에서 추정 결과가 좋았음을 알 수 있다. 단일부재의 경우와 마찬가지로 상부부재가 손상된 경우에는 상부절점의 데이터를, 하부부재가 손상된 경우에는 하부절점의 데이터를, 경사부재가 손상된 경우에는 상·하부절점의 데이터를 사용한 경우 손상된 부재의 손상정도를 잘 추정하고 있는 것을 볼 수 있다.

Table 4.5 Result of damage identification with CSD
in damaged multi-member

Damaged member	CSD		
	Case	강성비	Iteration
No. 2, 10	1	0.50, 0.75	250
	2	0.50, 0.95	10
	3	0.66, 0.50	80
	4	0.50, 0.50	120
	5	0.63, 0.61	160
No. 2, 13	1,2	0.70, 0.73	150
	3,5	0.82, 0.50	50
	4	0.70, 0.50	10
No. 2, 10, 13	1	0.50, 0.75, 0.45	150
	2	0.50, 0.84, 0.48	20
	3	0.82, 0.50, 0.30	120
	4	0.70, 0.50, 0.30	100
	5	0.74, 0.66, 0.30	200

Table 4.6은 복수부재 손상인 경우의 CCSD에 의한 손상추정을 나타낸다. CCSD는 손상된 부재의 상태량을 추정하는 과정에서 수렴속도는 빠르지만, 부재 2, 10의 손상된 경우 부재 2는 Case 1, 3에서 추정 결과가 좋으나 그 외에는 추정오차가 크게 발생한 것을 볼 수 있다. 부재 2, 13 과 부재 2, 10, 13의 손상된 경우에도 Case 1, 3에

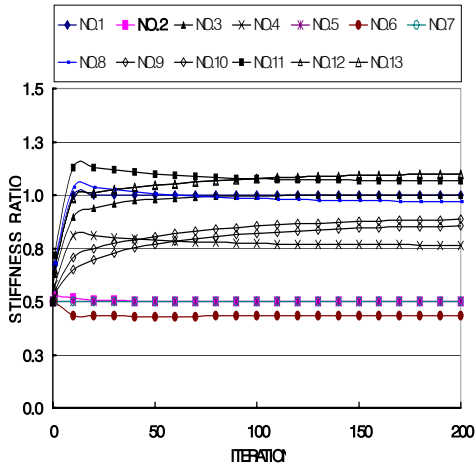
서 부재 2의 추정 결과가 좋으나 그 외에는 추정오차가 크게 발생한 것을 볼 수 있다.

Table 4.6 Result of damage identification with CCSD
in damaged multi-member

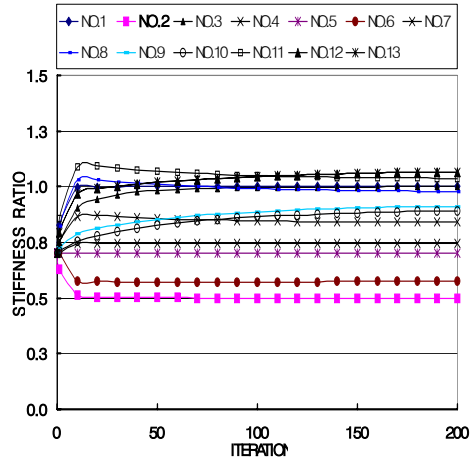
Damaged member	CCSD		
	Case	강성비	Iteration
No. 2, 10	1	0.5, 0.97	10
	2	0.96, 1.00	10
	3	0.5, 0.73	50
No. 2, 13	1	0.70, 0.78	10
	2	0.95, 0.89	20
	3	0.70, 0.70	40
No. 2, 10, 13	1	0.70, 0.85, 0.57	10
	2	0.95, 0.97, 0.80	20
	3	0.70, 0.55, 0.38	50

(3) 상태량의 초기치에 대한 검토

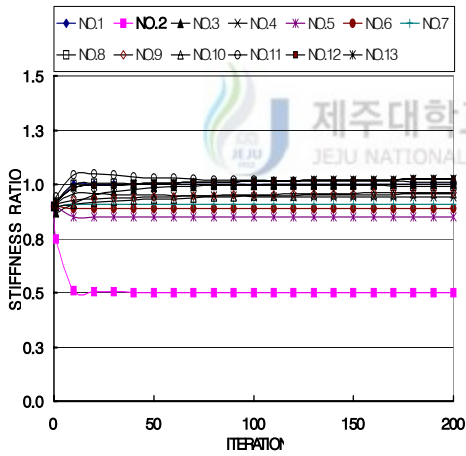
상태량의 초기치는 손상 후의 상태량의 평균치나 그 값을 모르기 때문에 가정을 해야 한다. 본 논문에서는 부재 2가 50% 손상된 경우에 대해서 상태량의 초기치를 정상치(손상 전 강성)의 50%, 70%, 90%, 100%로 가정하였을 경우의 손상추정 결과를 비교하였다. 관측데이터는 Table 4.1에서 Case 2의 CSD를 사용하였다.



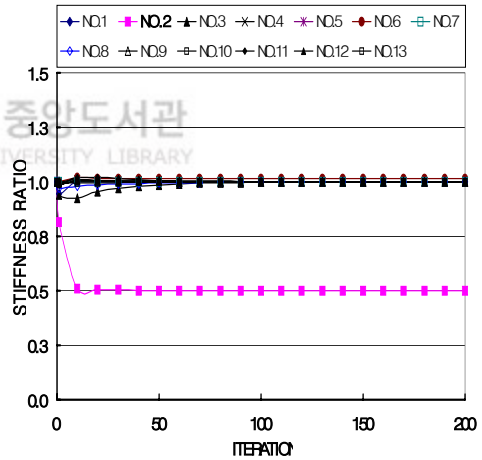
(a) 50% of initial stiffness



(b) 70% of initial stiffness



(c) 90% of initial stiffness



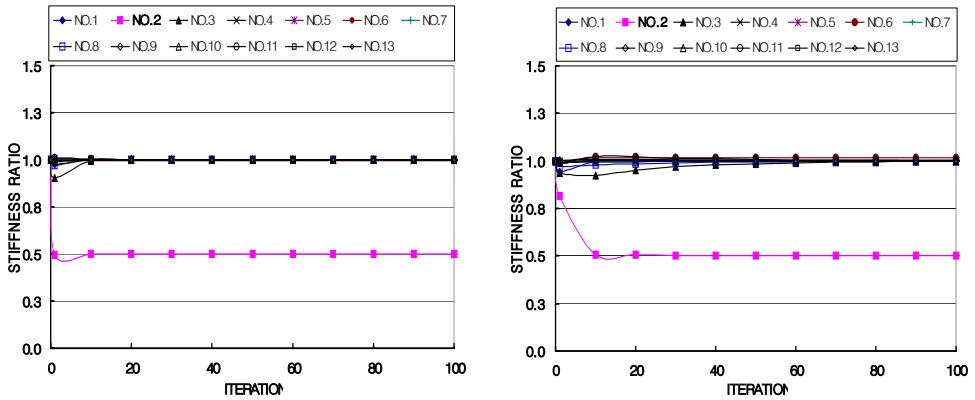
(d) 100% of initial stiffness

Fig 4.3 Effect of initial stiffness in 50% damage of member 2

Fig 4.3은 부재 2가 50% 손상된 경우에 대해 상태량의 초기치 변화에 따른 상태량의 추정정도를 나타내는 것이다. 상태량의 초기치가 정상치에서 멀어질수록 손상되지 않은 부재의 추정오차가 커지는 반면, 손상된 부재의 수렴 정도에는 큰 영향이 없는 것을 볼 수 있다.

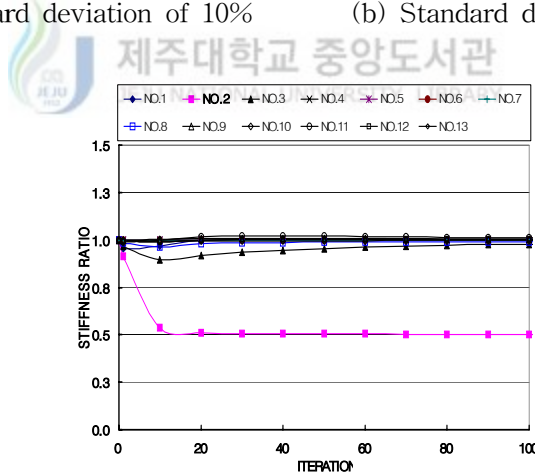
(4) 관측 잡음에 대한 검토

구조물에서 데이터를 측정하는데 있어서 잡음은 피할 수 없으며 구조물의 손상을 추정하는데 가장 커다란 걸림돌이 된다. 측정 기술과 도구의 개발이 잡음을 낮출 수는 있지만, 완전하게 피할 수는 없다.



(a) Standard deviation of 10%

(b) Standard deviation of 30%



(c) Standard deviation of 50%

Fig 4.4 Effect of the standard deviation of the observed data

Fig 4.4는 관측 잡음에 대한 표준 편차를 관측데이터에 대해 변화시켰을 때 그에 따른 상태량의 수렴정도를 나타낸 것으로 부재 2가 50% 손상된 경우에 대해서 관측 잡음의 분포를 각각 관측데이터의 10%, 30%, 50%를 표준편차로 했을 때의 결과이다. 관측데이터는 Table 4.1에서 Case 2의 CSD를 사용하였다.

수행결과 잡음의 표준편차가 작을수록 손상된 부재와 손상되지 않은 부재들을 안정적으로 수렴하는 것을 볼 수 있다.

2) 동적데이터에 의한 손상추정

손상추정을 위한 손상지표를 5개의 Case로 나누어 Table. 4.7에 나타내었다. CNF의 경우 저차모드, 고차모드 및 전체모드로 나누고, CMS는 상부절점, 하부절점, 좌측절점, 우측절점 및 전체절점에서 x, y방향의 자유도에 대해서 나누었다. 그리고 CCMS는 상, 하부절점에서 x, y방향의 자유도에 대해서 나누었다.

Table 4.7 Damage index

Case	CNF	CMS	CCMS
1	1차 ~ 3차	절점 2,3,4의 x,y 자유도	절점 3의 x,y 자유도
2	1차 ~ 6차	절점 2,3,6,7의 x,y 자유도	절점 7의 x,y 자유도
3	1차 ~ 9차	절점 3,4,7,8의 x,y 자유도	절점 3,7의 x,y 자유도
4	1차 ~ 13차	모든 절점의 x,y 자유도	
5	8차 ~ 13차	절점 6,7,8의 x,y 자유도	

손상 추정을 위한 부재의 손상 상태를 Table 4.8에 나타내었다. 부재의 손상 상태는 단일부재 손상인 경우와 복수부재 손상인 경우로 나누었으며, 복수부재 손상인 경우는 손상 정도가 같은 경우와 다른 경우로 나누었다.

Table 4.8 Assumed damaged rate

Case	Damaged member			
	No.2	No.5	No.10	No.13
1	50%			
2		50%		
3			50%	
4				50%
5	50%		50%	
6		50%	50%	
7	30%			50%
8	30%		50%	70%

(1) 단일부재 손상의 경우

단일부재 손상에 대해서는 부재 2, 5, 10 그리고 13이 각각 50%씩 손상되었을 경우에 대해 고려하였다. Table 4.9와 4.10은 각각 고유진동수의 변화(CNF)와 1차 모드진폭의 변화(CMS)를 나타낸다.

Table 4.9 Change of natural frequency in damaged single member

Mode	Undamaged	Damaged			
		No.2	No.5	No.10	No.13
1	16.72	15.05	16.71	16.43	16.02
2	27.12	25.58	27.12	27.12	26.06
3	45.29	45.15	44.82	40.73	44.96
4	63.41	63.39	62.24	57.54	60.12
5	73.94	73.84	72.60	73.89	73.67
6	103.68	102.92	103.29	97.58	102.54
7	125.13	123.64	124.91	123.46	116.72
8	165.83	146.06	153.03	165.72	164.96
9	193.78	192.43	168.32	193.66	182.07
10	202.50	202.34	198.71	202.49	198.53
11	224.15	222.96	216.08	222.68	223.83
12	243.51	241.46	241.95	233.25	239.05
13	253.29	250.55	250.75	253.21	250.34

따라서 모드진폭의 변화에 대한 값의 비교만으로는 손상부재의 추정이 어려울 것으로 판단된다. 손상추정을 위한 Iteration은 500회까지 수행하였다.

Table 4.10 Change of first mode shape in damaged single member

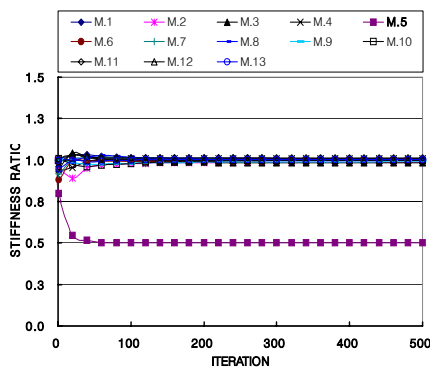
Node		Undamaged	Damaged			
			No.2	No.5	No.10	No.13
2	x	-0.0944	-0.0839	-0.0941	-0.0911	-0.0816
	y	0.3291	0.3280	0.3355	0.3341	0.3280
3	x	-0.1848	-0.2450	-0.1844	-0.1786	-0.1601
	y	0.3950	0.3473	0.3941	0.4127	0.4240
4	x	-0.2475	-0.2965	-0.2468	-0.2378	-0.2160
	y	0.2895	0.2437	0.2887	0.2604	0.2962
5	x	-0.2998	-0.3379	-0.2990	-0.2875	-0.2636
6	x	-0.2385	-0.2633	-0.2379	-0.2463	-0.2404
	y	0.3222	0.3225	0.3217	0.3274	0.3217
7	x	-0.1900	-0.2292	-0.1895	-0.1993	-0.1925
	y	0.4034	0.3533	0.4024	0.4212	0.4323
8	x	-0.1335	-0.1874	-0.1332	-0.1442	-0.0828
	y	0.2834	0.2396	0.2827	0.2552	0.2906

Table 4.9와 4.10에서 부재의 손상 전과 손상 후에 진동특성의 변화가 있는 것을 볼 수 있다. 각 절점에서 모드진폭의 변화가 있는 것을 볼 수 있으나, 트러스 구조물은 부재들이 서로 연결되어 있어 손상부재가 포함되어 있는 절점에서 뚜렷한 진폭의 변화를 파악하기 힘들다.

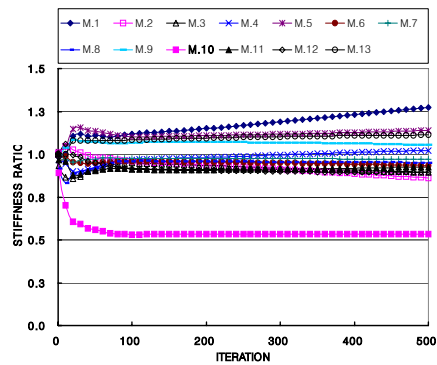
Table 4.11은 Table. 4.7에서 제시한 각 Case별 CNF에 의한 손상추정을 나타낸다. CNF의 경우 모든 절점의 데이터를 사용한 Case 4의 경우가 다른 Case에 비해 손상 추정 결과가 좋게 나온 것을 볼 수 있다. 따라서 CNF는 대체적으로 데이터의 개수가 많을수록 손상된 부재의 추정정도가 양호한 것을 알 수 있다. 저차모드인 Case 2와 고차모드인 Case 5를 비교한 경우에는 추정정도에 명확히 큰 차이가 없는 것을 볼 수 있다.

Table 4.11 Result of damage identification with CNF
in damaged single member

Case	Stiffness ratio			
	No.2	No.5	No.10	No.13
1	0.69	1.00	0.66	0.94
2	0.52	0.98	0.63	0.79
3	0.51	0.66	0.55	0.61
4	0.51	0.5	0.53	0.53
5	0.58	0.60	0.66	0.96



(a) Damage of member 5



(b) Damage of member 10

Fig. 4.5 Result of damage identification with CNF of case 4
in damaged single member

Table 4.12 Result of damage identification with CMS
in damaged single member

Mode	No.2		No.5		No.10		No.13	
	Case	강성비	Case	강성비	Case	강성비	Case	강성비
1	1	0.63	4	0.52	3	0.86	3,5	0.89
	2,5	0.8			4	0.51	4	0.51
	3	0.75						
	4	0.51						
2	1	0.75	4	0.51	4	0.51	1,2	0.82
	2	0.57					3	0.75
	3,5	0.81					4	0.51
	4	0.51					5	0.68
3	4	0.51	발산	-	1,2,3,5	0.55	3	0.81
					4	0.50	4	0.51
4	4	0.51	2	0.89	1,5	0.56	2	0.75
			4	0.56	2,3	0.52	3,4	0.55
					4	0.50	5	0.87
5	4	0.51	2	0.66	4	0.51	3	0.86
			4	0.50			4	0.51
			5	0.74			5	0.89
6	4	0.51	발산	-	3	0.63	발산	-
					4	0.52		
7	발산	-	발산	-	5	0.88	1	0.85
					3	0.65	4	0.5
					4	0.5	2,4,5	0.47
8	1,2	0.65	발산	-	4	0.51	3	0.5
	4	0.52					4	0.5
	5	0.75						
9	1	0.69	발산	-	4	0.52	발산	-
	2,3	0.73						
	4	0.52						
10	1	0.71	1	0.57	4	0.5	1	0.81
	2	0.68	2,4,5	0.48			2,3,5	0.64
	4	0.5	3	0.54			4	0.5
11	1	0.78	1,2,4,5	0.5	발산	-	2,3	0.81
	2	0.85	3	0.61			4	0.5
	4	0.5						
12	1	0.75	발산	-	3	0.67	1	0.88
	2,3	0.85			4	0.53	2,3,5	0.61
	4	0.51			5	0.83	4	0.5
13	발산	-	발산	-	4	0.54	발산	-

Table 4.13 Result of damage identification with CCMS
in damaged single member

Mode	No.2		No.5		No.10		No.13	
	Case	강성비	Case	강성비	Case	강성비	Case	강성비
1	1,3	0.9	-	-	-	-	2,3	0.85
2	1,3	0.91	-	-	-	-	3	0.74
3	-	-	발산	-	2	0.91	2,3	0.72
					3	0.8		
6	-	-	-	-	발산	-	-	-
7	1,3	0.92	-	-	2	0.91	2,3	0.47
8	1	0.9	발산	-	-	-	2	0.79
							3	0.61
9	1	0.9	1	0.56	-	-	발산	-
			2,3	0.51				
10	-	-	1	0.71	-	-	1,2	0.88
			2,3	0.58			3	0.85
11	-	-	1,2	0.76	-	-	-	-
			3	0.63				
12	-	-	-	-	-	-	3	0.78
13	-	-	발산	-	-	-	-	-

Fig 4.5는 Table 4.11에서 Case 4의 경우에 대해 부재 5와 10이 각각 50%씩 손상된 경우에 CNF를 사용한 손상 추정 결과를 나타낸 것이다.

Fig 4.5에서 볼 수 있듯이 CNF를 단일지표로 사용하여 손상 추정을 수행한 결과 (a)와 같이 손상된 부재뿐만 아니라 손상되지 않은 부재들의 상태량이 안정적으로 빠르게 수렴하고 추정오차가 거의 없는 반면, (b)와 같이 손상된 부재의 상태량의 수렴은 안정적이고 추정오차가 거의 없으나 손상되지 않은 부재들의 추정오차가 크게 발생한 것을 볼 수 있다.

Table 4.12는 단일 부재 손상인 경우의 CMS에 의한 손상 추정을 나타낸다. CMS의 경우는 고차모드보다 저차모드에서 발산이 적고, 모든 절점의 모드진폭을 데이터로 사용한 Case 4에서 상태량의 수렴정도가 양호하게 나온 것을 볼 수 있다. 그리고 손상된 부재를 포함하는 절점의 데이터를 사용한 경우가 다른 절점의 데이터를 사용한 경우보다 추정 오차가 작게 나왔다. 모드별로 분석한 경우에는 3차 모드에서 부재 10이 손상된 경우에 Case 1, 2, 3 및 5는 0.55로 수렴하고, Case 4는 0.50으로 수렴하여 대체적으로 좋은 결과를 보이고 있다. 그러나 부재 5가 손상된 경우에는 발산하여 추정을 할 수 없었다. 이와 같이 모드마다 부재에 따라 손상 추정 정도가 다르기 때문에 특정한 모드를 선택하기가 어렵다. CMS의 경우에는 데이터의 개수가 많을수록 손상추정결과가 좋게 나온 것을 알 수 있다.

Table 4.13은 단일 부재 손상인 경우의 CCMS에 의한 손상 추정을 나타낸다. CCMS는 고차모드보다 저차모드에서 발산이 적지만, 상태량의 추정과정에서 손상된 부재가 없는 것으로 추정하거나 추정오차가 크게 발생하여 전체적으로 손상 추정이 잘 이루어지지 않는 것을 볼 수 있다.

(2) 복수부재 손상의 경우

복수부재 손상에 대해서는 부재 2와 10, 5와 10이 각각 50%, 2와 13이 각각 30%, 50% 그리고 2, 10과 13이 각각 30%, 50%, 70%씩 손상되었을 경우에 대해서 고려하였다. Table 4.14와 4.15는 각각 고유진동수의 변화(CNF)와 1차 모드진폭의 변화(CMS)를 나타낸다.

Table 4.14 Change of natural frequency in damaged multi-member

Mode	Undamaged	Damaged			
		No.2,10	No.5,10	No.2,13	No.2,10,13
1	16.72	14.84	16.42	15.41	14.44
2	27.12	25.57	27.12	25.10	23.96
3	45.29	40.73	40.57	44.189	40.15
4	63.41	57.37	56.30	60.11	55.10
5	73.94	73.78	72.38	73.62	73.36
6	103.68	97.40	97.22	102.29	88.65
7	125.13	121.16	123.17	116.28	110.97
8	165.83	145.75	153.03	153.34	152.32
9	193.78	192.38	168.16	182.00	176.07
10	202.50	202.32	198.69	192.33	197.87
11	224.15	220.58	215.91	223.34	220.98
12	243.51	232.23	230.72	236.03	226.76
13	253.29	250.44	250.31	249.32	247.87

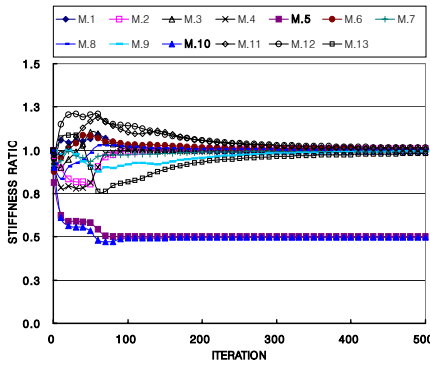
Table 4.15 Change of first mode shape in damaged multi-member

Mode		Undamaged	Damaged			
			No.2,10	No.5,10	NO.2,13	No.2,10,13
2	x	-0.0944	-0.0812	-0.0909	-0.0799	-0.0655
	y	0.3291	0.3320	0.3404	0.3298	0.3305
3	x	-0.1848	-0.2375	-0.1781	-0.1898	-0.1559
	y	0.3950	0.3639	0.4118	0.4028	0.4460
4	x	-0.2475	-0.2866	-0.2372	-0.2424	-0.1997
	y	0.2895	0.2222	0.2597	0.2779	0.2631
5	x	-0.2998	-0.3264	-0.2867	-0.2864	-0.2374
6	x	-0.2385	-0.2686	-0.2457	-0.2527	-0.2589
	y	0.3222	0.3266	0.3268	0.3240	0.3253
7	x	-0.1900	-0.2351	-0.1988	-0.2108	-0.2194
	y	0.4034	0.3700	0.4202	0.4100	0.4530
8	x	-0.1335	-0.1939	-0.1438	-0.1128	-0.0666
	y	0.2834	0.2186	0.2545	0.2730	0.2590

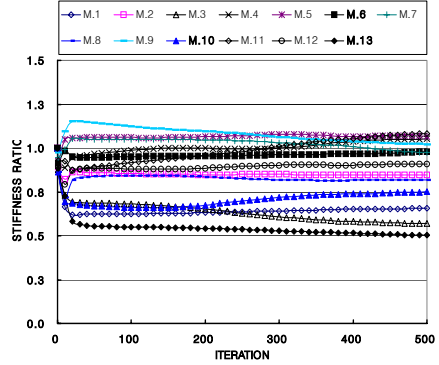
Table 4.16은 복수부재 손상인 경우 각 case별로 CNF에 의한 손상추정의 결과를 나타낸 것이다. 대체적으로 데이터의 개수가 많을수록 손상부재의 추정정도가 양호한 것을 볼 수 있다. 저차모드인 Case 2와 고차모드인 Case 5와 비교한 경우에도 추정정도에 명확히 큰 차이가 없는 것을 볼 수 있다. 부재 2, 10, 13이 손상된 경우를 제외하고는 CNF 전체를 사용한 경우의 Case 4에서 수렴정도가 좋게 나온 것을 볼 수 있다.

Table 4.16 Result of damage identification with CNF in damaged multi-member

Case	Stiffness ratio			
	No.2,10	No.5,10	No.2,13	No.2,10,13
1	0.79, 0.80	0.97, 0.65	0.77, 0.90	0.71, 0.81, 0.89
2	0.59, 0.80	1.00, 0.59	0.65, 0.80	0.81, 0.71, 0.86
3	0.59, 0.63	0.68, 0.66	0.70, 0.63	0.82, 0.75, 0.56
4	0.53, 0.52	0.50, 0.50	0.71, 0.51	0.84, 0.75, 0.50
5	0.58, 0.63	0.61, 0.80	0.73, 0.95	0.73, 0.89, 0.94



(a) Damage of member 5,10



(b) Damage of member 2, 10, 13

Fig 4.6 Result of damage identification with CNF of case 4 in damaged multi-member

Fig 4.6은 Table 4.16에서 Case 4의 경우에 대해 부재 5와 10이 각각 50%씩, 부재 2, 10, 12가 각각 30%, 50%, 70%씩 손상된 경우에 대해 CNF를 사용한 손상 추정 결과를 나타낸 것이다. 손상된 부재가 많고 손상정도가 다른 경우 CNF만을 손상지표로 사용하여 손상추정을 수행하는 경우 손상 추정과정이 다소 불안정하거나 손상된 부재뿐만 아니라 손상되지 않은 부재들의 추정오차가 크게 발생하는 것을 볼 수 있다. 따라서 복수부재 손상인 경우에는 CNF를 단일지표로 사용하여 손상추정을 하는데 어려움이 있음을 알 수 있다.

Table 4.17은 복수부재 손상인 경우의 CMS에 의한 손상추정을 나타낸 것이다. CMS의 경우는 단일부재 손상의 경우와 마찬가지로 고차모드보다 저차모드에서 발산이 적고, 모든 절점의 모드진폭을 데이터로 사용한 Case 4에서 상태량의 수렴정도가 양호하게 나온 것을 볼 수 있다. 그 외의 Case에서는 손상된 부재의 상태량을 추정하는데 오차가 크게 발생한 것을 볼 수 있다.

Table 4.18은 복수 부재 손상인 경우의 CCMS에 의한 손상추정을 나타낸다. CCMS는 단일 부재 손상인 경우와 마찬가지로 고차모드보다 저차모드에서 발산이 적지만, 손상된 부재의 상태량을 추정하는 과정에서 손상된 부재가 없는 것으로 추정하거나 추정오차가 크게 발생한 것을 볼 수 있다.

Table 4.17 Result of damage identification with CMS
in damaged multi-member

Mode	No.2,10		No.5,10		No.2,13		No.2,10,13	
	Case	강성비	Case	강성비	Case	강성비	Case	강성비
1	1	0.68,0.90	1	1.00,0.90	4	0.74,0.53	1	1.00,0.82,0.86
	2,3,5	0.76,0.85	3	1.00,0.85			3,5	1.00,0.83,0.81
	4	0.53,0.53	4	0.53,0.53			4	0.78,0.56,0.33
2	1,3,5	0.76,1.00	4	0.53,0.53	2	0.88,0.98	1,3,5	0.88,1.00,0.88
	2	0.56,1.00			2	0.81,1.00,0.85		
	4	0.53,0.53			4	0.74,0.53	4	0.79,0.56,0.34
3	1,2,3,5	0.97,0.55	1,2,3,5	0.96,0.60	3	1.00,0.84	1,2,3,5	0.95,0.54,0.92
	4	0.52,0.52	4	0.52,0.52	4	0.74,0.53	4	0.78,0.56,0.33
4	1,3	0.98,0.57	1,3	0.89,0.60	2	0.85,0.73	1,5	0.98,0.53,0.84
	2	0.93,0.54	2	0.65,0.54	3	1.00,0.57	2	0.94,0.64,0.71
	4	0.51,0.51	4	0.51,0.51	4	0.74,0.54	3	1.00,0.56,0.63
	5	1.00,0.60	5	1.00,0.69	5	1.00,0.83	4	0.72,0.52,0.32
5	4	0.53,0.53	2,5	0.65,0.96	3,5	1.00,0.86	발산	-
			4	0.53,0.53	4	0.74,0.54		
6	3	0.99,0.65	발산	-	발산	-	발산	-
	4	0.55,0.55						
	5	1.00,0.88						
7	발산	-	발산	-	2,3,5	0.90,0.52	1	1.00,0.77,0.83
							3	0.90,0.72,0.50
					4	0.68,0.48	4	0.71,0.51,0.32
							5	0.98,0.98,0.40
8	1,2,3	0.61,0.97	발산	-	2,5	0.81,0.73	1,3	0.62,0.93,0.93
	4	0.57,0.57			3	0.69,0.77	2,5	0.70,1.00,0.80
	5	0.73,0.96			4	0.68,0.48	4	0.71,0.51,0.31
9	1,2,3	0.70,1.00	발산	-	발산	-	발산	-
	4	0.52,0.52						
10	1,2	0.71,1.00	1,2,3,5	0.56,1.00	1,2	0.88,0.86	1,2	0.79,1.00,0.86
	4	0.51,0.51	4	0.50,0.50	3,5	0.92,0.62	3,5	0.92,1.00,0.59
11	발산	-	1,2,3,5	0.53,0.98	발산	-	발산	-
			4	0.50,0.50				
12	1	0.77,0.81	1,5	0.73,0.89	발산	-	발산	-
	2,3	0.86,0.86	2	0.64,0.98				
	4	0.53,0.53	3	0.83,0.63				
	5	1.00,0.79	4	0.52,0.52				
13	1	0.85,0.96	발산	-	발산	-	발산	-
	2	0.77,0.95						
	4	0.50,0.50						

Table 4.18 Result of damage identification with CCMS
in damaged multi-member

Mode	No.2,10		No.5,10		No.2,13		No.2,10,13	
	Case	강성비	Case	강성비	Case	강성비	Case	강성비
1	-	-	-	-	1	0.79,1.00	2,3	1.00,1.00,0.88
					2,3	1.00,0.82		
2	-	-	-	-	2,3	0.97,0.71	2	1.00,1.00,0.72
							3	0.88,1.00,0.72
3	3	1.00,0.81	3	1.00,0.84	2,3	1.00,0.73	2,3	1.00,0.83,0.68
6	발산	-	발산	-	-	-	발산	-
7	-	-	1	1.00,0.80	2,3	1.00,0.50	1	0.89,0.96,0.98
							2,3	1.00,1.00,0.48
8	-	-	발산	-	2	0.94,0.82	2	1.00,1.00,0.83
					3	0.93,0.79	3	0.88,1.00,0.83
9	-	-	1	0.95,0.98	발산	-	발산	-
			2,3	0.54,1.00				
10	-	-	1	0.71,1.00	1,3	1.00,0.89	1,3	1.00,1.00,0.88
			2,3	0.58,1.00				
11	-	-	1,2	0.75,1.00	-	-	발산	-
			3	0.62,0.97				
12	-	-	-	-	3	1.00,0.81	3	1.00,1.00,0.88

(3) CNF와 CMS의 조합

제시된 손상지표에 대해 손상추정을 수행한 결과 대체적으로 데이터의 개수가 많을수록 상태량의 추정오차가 작고, 수렴결과 좋은 것을 알 수 있다. 따라서 CNF와 CMS를 조합하여 데이터의 양을 늘려 새로운 지표로 하여 손상추정을 수행하였다.

두 지표의 조합은 Table. 4.7에서 CNF는 저차모드인 Case 2와 고차모드인 Case 5를 채택하였고, CMS는 저차모드에서 발산하는 경우가 적으므로 1차 모드에서 Case 1, 2, 3, 5를 채택하여 이들을 조합시켜 Table 4.19와 같이 8가지의 경우로 나누어 손상추정을 수행하였다.

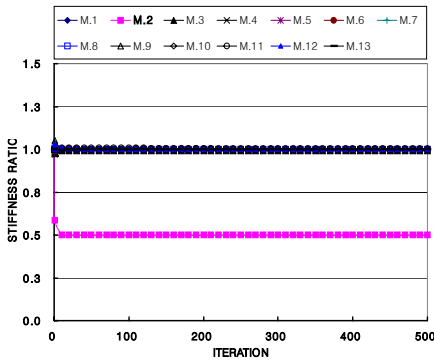
Table 4.19 Damage index combined CNF with CMS

Case	CNF+CMS
1	CNF의 Case 2 + 1차 모드에서 CMS의 Case1
2	CNF의 Case 2 + 1차 모드에서 CMS의 Case2
3	CNF의 Case 2 + 1차 모드에서 CMS의 Case3
4	CNF의 Case 2 + 1차 모드에서 CMS의 Case5
5	CNF의 Case 5 + 1차 모드에서 CMS의 Case1
6	CNF의 Case 5 + 1차 모드에서 CMS의 Case2
7	CNF의 Case 5 + 1차 모드에서 CMS의 Case3
8	CNF의 Case 5 + 1차 모드에서 CMS의 Case5

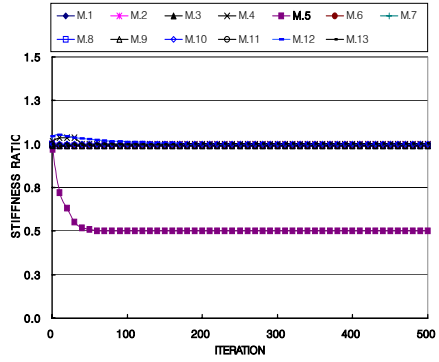
Table 4.20 Result of damage identification with CNF+CMS
in damaged members

Case	CNF + CMS							
	No.2	No.5	No.10	No.13	No.2,10	No.5,10	No.2,13	No.2,10,13
1	0.50	0.64	0.50	0.51	0.50,0.50	0.62,0.50	0.70,0.51	0.70,0.50,0.30
2	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50,0.50	0.50,0.50	0.70,0.50	0.70,0.50,0.30
3	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50,0.50	0.50,0.50	0.70,0.50	0.70,0.50,0.30
4	0.50	0.57	0.50	0.50	0.50,0.50	0.52,0.50	0.70,0.50	0.70,0.50,0.30
5	0.50	발산	0.53	0.56	0.50,0.51	발산	0.70,0.53	0.71,0.46,0.34
6	0.50	발산	발산	0.50	0.50,0.52	발산	0.70,0.50	0.73,0.46,0.32
7	0.51	0.50	0.50	0.50	0.53,0.50	0.50,0.50	0.70,0.50	0.70,0.50,0.30
8	0.55	발산	0.51	0.50	0.61,0.50	발산	0.74,0.51	0.64,0.54,0.30

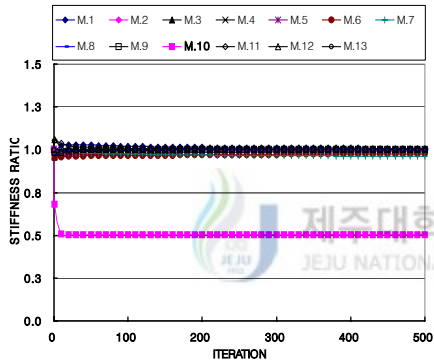
Table 4.20는 단일부재 손상인 경우와 복수부재 손상인 경우에 대해서 CNF와 CMS를 조합하여 손상추정을 수행한 결과를 나타낸 것이다. 수행 결과 전체적으로 손상부재의 추정정도가 매우 양호한 것으로 나타났다. 특히 Case 2와 3의 경우에서 손상된 부재의 상태량을 가장 좋게 추정된 것을 볼 수 있다. 그러나 고차모드의 CNF와 CMS를 조합한 경우인 Case 5 ~ Case 8은 발산하는 경우가 많은 것을 볼 수 있다.



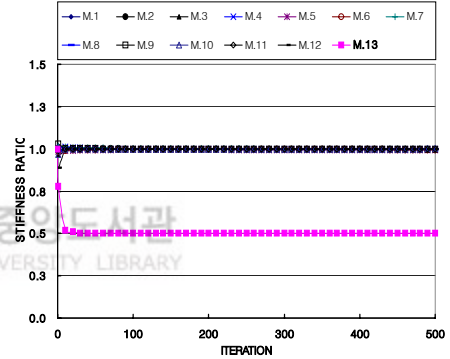
(a) Damage of member 2



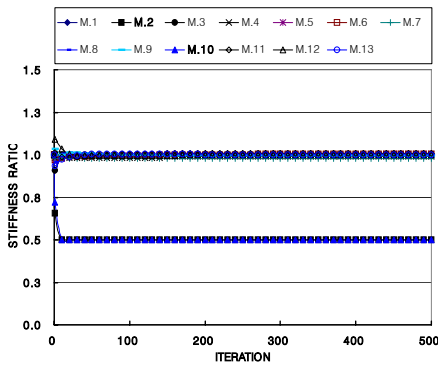
(b) Damage of member 5



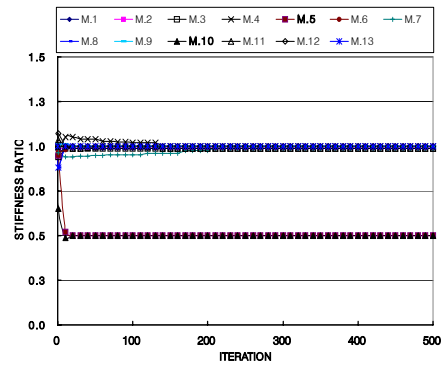
(c) Damage of member 10



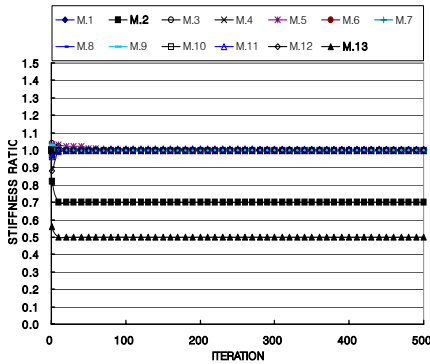
(d) Damage of member 13



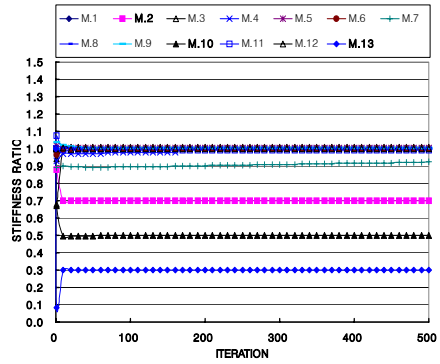
(e) Damage of member 2, 10



(f) Damage of member 5, 10



(g) Damage of member 2, 13



(h) Damage of member 2, 10, 13

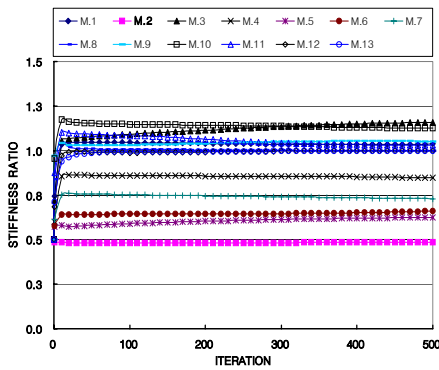
Fig 4.7 Result of damage identification in case 2 of CNF+CMS

CNF에 조합된 CMS는 단일부재 5가 손상된 경우와 복수부재 5와 10이 손상된 경우에서 비교해 볼 때, CMS의 개수와 측정위치에 따라 손상부재의 추정정도에 차이가 있는 것을 볼 수 있다.

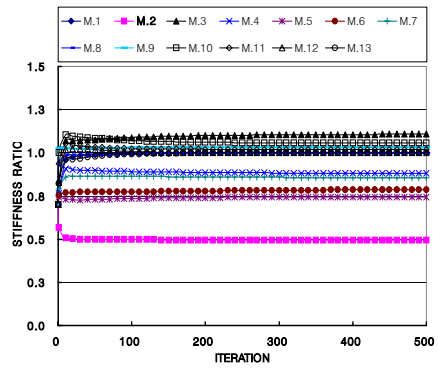
Fig 4.7는 Table 4.19의 CNF와 CMS를 조합한 경우의 Case 2를 데이터로 하여 손상추정을 수행한 결과를 나타낸 것이다. 수행 결과 단일부재 손상인 경우 손상된 부재뿐만 아니라 손상되지 않은 부재의 상태량을 안정적으로 빠르게 추정하는 것을 볼 수 있다. 복수부재 손상인 경우에는 손상정도에 관계없이 모두 손상되지 않은 부재뿐만 아니라 손상된 부재의 손상위치와 손상정도를 잘 추정하는 것을 볼 수 있다. CNF와 CMS를 조합하여 데이터로 사용한 결과 전체적으로 단일부재 손상인 경우뿐만 아니라 복수부재 손상인 경우 모두 손상부재의 검출에 좋은 결과를 보였다.

(4) 상태량의 초기치에 대한 검토

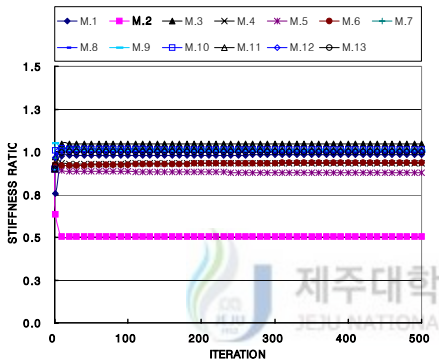
상태량의 초기치는 손상 후의 상태량의 평균치나 그 값을 모르기 때문에 가정을 해야 한다. 본 논문에서는 부재 2가 50% 손상된 경우에 대해서 상태량의 초기치를 정상치(손상 전 강성)의 50%, 70%, 90%, 100%로 가정하였을 경우의 손상추정 결과를 비교하였다. 관측데이터는 Table 4.19에서 CNF와 CMS를 조합한 경우의 Case 2를 사용하였다.



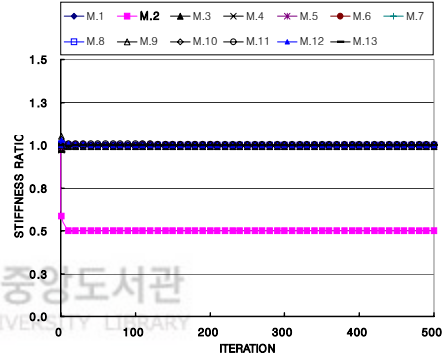
(a) 50% of initial stiffness



(b) 70% of initial stiffness



(c) 90% of initial stiffness



(d) 100% of initial stiffness

Fig 4.8 Effect of initial stiffness in 50% damage of member 2

Fig 4.8은 부재 2가 50% 손상된 경우에 대해 상태량의 초기치 변화에 따른 상태량의 추정정도를 나타내는 것이다. 상태량의 초기치가 정상치에서 멀어질수록 손상되지 않은 부재의 추정오차가 커지는 반면, 손상된 부재의 수렴정도에는 큰 영향이 없을 것을 볼 수 있다.

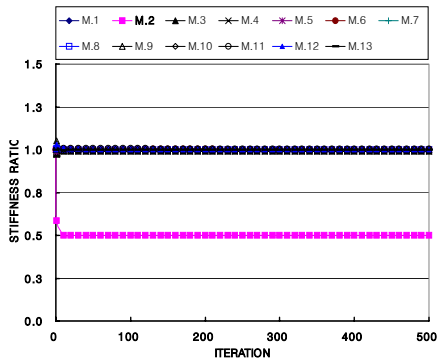
(5) 관측 잡음에 대한 검토

구조물에서 데이터를 측정하는데 있어서 잡음은 피할 수 없으며 구조물의 손상을 추정하는데 가장 커다란 걸림돌이 된다. 측정 기술과 도구의 개발이 잡음을 낮출 수는 있지만, 완전하게 피할 수는 없다.

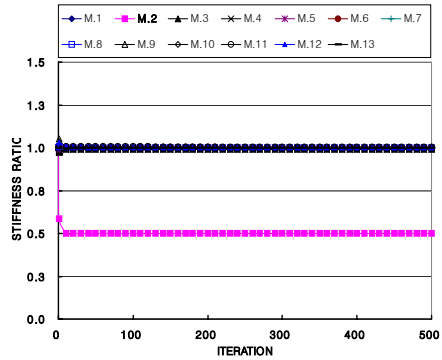
Fig 4.9는 관측 잡음에 대한 표준편차를 관측데이터에 대해 변화시켰을 때 그에 따른 상태량의 수렴정도를 나타낸 것으로 부재 2가 50% 손상된 경우에 대해서 관측

잡음의 분포를 각각 관측데이터의 10%, 30%, 50%를 표준편차로 했을 때의 결과이다. 관측데이터는 Table 4.19에서 CNF와 CMS을 조합한 경우의 Case 2를 사용하였다.

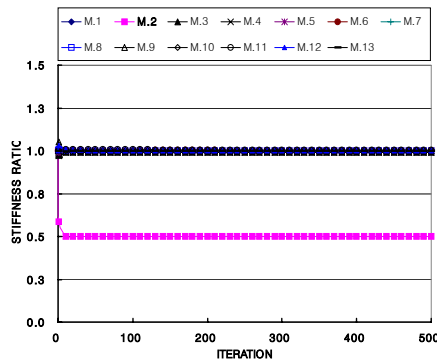
수행결과 파라메트릭 사영필터에서는 표준편차의 크기에 상관없이 손상된 부재뿐만 아니라 손상되지 않은 부재들이 안정적으로 수렴하는 것을 볼 수 있다.



(a) Standard deviation of 10%



(a) Standard deviation of 30%



(a) Standard deviation of 50%

Fig 4.9 Effect of the standard deviation of the observed data

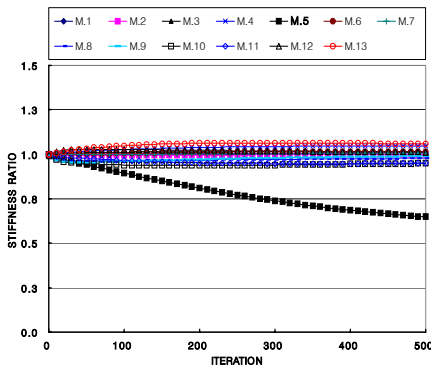
(6) Kalman filter로 수행한 결과와 비교

지금까지 추정문제 등 다양한 분야에 적용되어 그 유효성을 입증 받아온 칼만 필터와 본 논문에서 제시한 파라메트릭 사영필터를 이용하여 손상추정을 수행한 결과를 비교하였다. 파라메트릭 사영필터에 의한 손상추정 결과는 Fig 4.7과 같다. 칼만 필터 적용 시 추정오차 공분산 행렬의 표준편차는 30%로 하였고, 관측데이터는 Table 4.19에서 CNF와 CMS를 조합한 경우의 Case 2로 하였다. 손상추정을 위한 Iteration은 500회로 하였다.

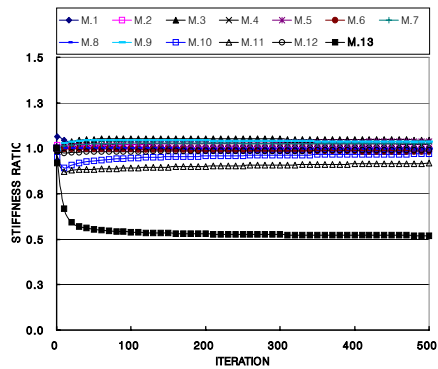
Table 4.21는 칼만 필터와 파라메트릭 사영필터에 의한 해의 수렴성을 나타낸 것이다. 칼만 필터를 이용한 손상추정 결과 해의 수렴정도가 낮고 추정오차가 파라메트릭 사영필터에 비해 큰 것을 알 수 있다.

Table 4.21 Result of convergence by parametric projection filter and kalman filter in damaged members with CNF+CMS

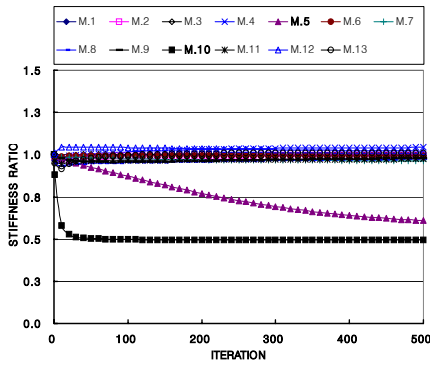
Damage member	Filter algorithm	
	Kalman filter	Parametric projection filter
No.2	0.50	0.50
No.5	0.65	0.50
No.10	0.50	0.50
No.13	0.52	0.50
No.2,10	0.50, 0.50	0.50, 0.50
No.5,10	0.60, 0.50	0.50, 0.50
No.2,13	0.70, 0.52	0.70, 0.50
No.2,10,13	0.70, 0.50, 0.31	0.70, 0.50, 0.30



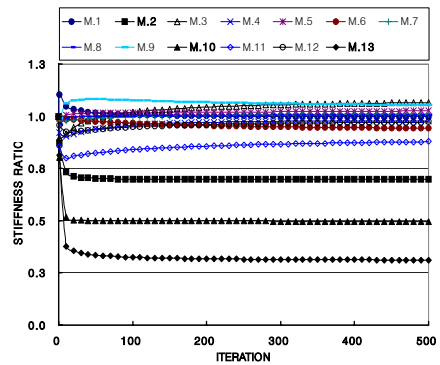
(a) Damage of member 5



(b) Damage of member 13



(c) Damage of member 5, 10



(d) Damage of member 2, 10, 13

Fig 4.10 Result of damage identification with CNF+CMS by kalman filter

Fig 4.10은 상태량에 대해 칼만 필터로 손상추정을 수행한 결과를 나타낸다. Fig 4.10의 (a)와 (b)는 단일부재손상인 경우로 각각 부재 5와 13이 50%씩 손상된 경우이며, (c)와 (d)는 복수부재손상인 경우로 부재 5와 10이 각각 50%씩, 부재 2, 10, 13이 각각 30%, 50%, 70%씩 손상된 경우를 나타낸다. 전체적으로 파라메트릭 사영필터에 의한 손상추정에 비해 상태량의 수렴이 늦고 손상된 부재뿐만 아니라 손상되지 않은 부재들의 추정오차가 큰 것을 볼 수 있다.

2. 해석예제 2

Fig 4.8에 나타난 2차원 트러스 구조물은 부재 단면적 $A = 10 \text{ cm}^2$, 영계수 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$, 밀도 $\rho = 0.00787 \text{ kgf/cm}^3$ 이다. 손상추정을 위한 확률분포는 해석예제 모델 1과 동일한 조건으로 하여 수행하였다.

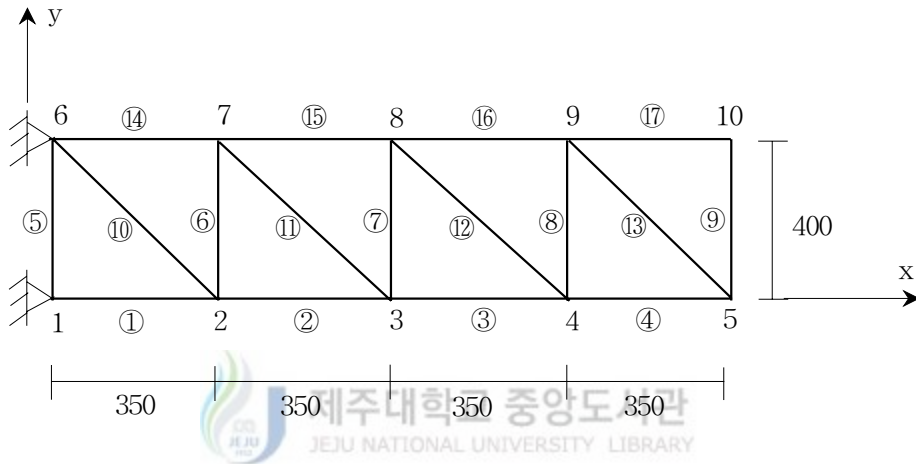


Fig 4.11 Analysis model 2 (단위 : cm)

1) 정적 데이터에 의한 손상추정

손상추정을 위한 손상지표를 4개의 Case로 나누어 Table 4.22에 나타내었다. CSD는 상부절점, 하부절점, 좌측절점, 우측절점 및 전체절점에서 x, y방향의 자유도에 대해서 나누었다. 그리고 CCSD는 상, 하부절점에서 x, y방향의 자유도에 대해서 나누었다.

Table 4.22 Damage index

Case	CSD	CCSD
1	절점 2,3,4,5의 x,y 자유도	절점 2,3,4의 x,y 자유도
2	절점 4,5,9,10의 x,y 자유도	절점 7,8,9의 x,y 자유도
3	모든 절점의 x,y 자유도	절점 3,4,8,9의 x,y 자유도
4	절점 7,8,9,10의 x,y 자유도	

손상 추정을 위한 부재의 손상 상태를 Table 4.23에 나타내었다. 부재의 손상 상태

는 단일부재 손상인 경우와 복수부재 손상인 경우로 나누었으며, 복수부재 손상인 경우는 손상 정도가 같은 경우와 다른 경우로 나누었다.

Table 4.23 Assumed damaged rate

Case	Damaged member				
	No.2	No.3	No.6	No.12	No.15
1	50%				
2			50%		
3				50%	
4					50%
5	50%			50%	
6			50%	50%	
7		50%			70%
8			30%	50%	70%

(1) 단일부재 손상의 경우

단일부재 손상에 대해서는 부재 2, 6, 12 그리고 15가 각각 50%씩 손상되었을 경우에 대해 고려하였다. Table 4.24는 Table 4.22에서 제시한 각 Case별 CSD에 의한 손상추정을 나타낸다.

CSD의 경우 수렴속도가 빠른 것을 볼 수 있으며, 부재 2가 손상된 경우에 Case 1, 2에서 0.5로 수렴하여 좋은 결과를 보이고, 부재 6이 손상된 경우에는 Case 3에서는 손상된 부재의 추정결과를 잘 나타내고 있다. 부재 12는 Case 3에서, 부재 15는 Case 3, 4에서 각각 수렴이 양호한 것을 볼 수 있다. 그 외의 Case에서는 손상된 부재를 추정하지 못하거나 추정오차가 크게 발생한 것을 볼 수 있다. 손상지표 CSD를 관측 데이터로 사용한 경우 상부부재가 손상된 경우에는 상부절점의 데이터를, 하부부재가 손상된 경우에는 하부절점의 데이터를, 경사부재가 손상된 경우에는 상·하절점의 데이터를 사용한 경우 손상된 부재의 손상정도를 잘 추정하고 있는 것을 볼 수 있다.

Table 4.25는 단일 부재의 손상인 경우의 CCSD에 의한 손상 추정을 나타낸다. CCSD의 경우는 부재 2가 손상된 경우에 Case 2를 제외한 모든 Case에서 0.5로 수렴하여 좋은 결과를 볼 수 있고, 부재 6이 손상된 경우에는 Case 3에서 손상된 정도를 잘 추정하고 있으며, 부재 12가 손상된 경우에는 모든 Case에서 추정오차가 발생하였지만, 부재 15가 손상된 경우에는 Case 2에서 손상된 부재가 0.5로 수렴하면서 손상된 정도를 잘 추정하는 것을 볼 수 있다.

Table 4.24 Result of damage identification with CSD
in damaged single member

Damaged member	CSD		
	Case	강성비	Iteration
No. 2	1	0.50	1
	2	0.76	10
	3	0.50	1
	4	0.90	30
No. 6	1	0.85	20
	2	0.93	10
	3	0.50	5
	4	-	-
No. 12	1	0.57	160
	2	0.91	10
	3	0.50	10
	4	0.53	190
No. 15	1	0.85	100
	2	0.84	10
	3	0.50	10
	4	0.50	10

Table 4.25 Result of damage identification with CCSD
in damaged single member

Damaged member	CCSD		
	Case	강성비	Iteration
No. 2	1	0.50	10
	2	0.71	50
	3	0.50	10
No. 6	1	0.84	10
	2	0.89	20
	3	0.51	10
No. 12	1	0.65	10
	2	0.55	400
	3	0.67	10
No. 15	1	0.92	10
	2	0.50	20
	3	0.55	10

CCSD는 CSD와 같이 상부부재가 손상된 경우에는 상부절점의 데이터를, 하부부재가 손상된 경우에는 하부절점의 데이터를, 경사부재가 손상된 경우에는 상·하절점의 데이터를 사용한 경우 손상된 부재의 손상정도를 잘 추정하고 있는 것을 볼 수 있다.

(2) 복수부재 손상의 경우

복수부재 손상에 대해서는 부재 2와 12, 6과 12가 각각 50%, 3과 15가 각각 50%, 70% 그리고 6, 12와 15가 각각 30%, 50%, 70%씩 손상되었을 경우에 대해서 고려하였다. Table. 4.26은 복수부재 손상인 경우 각 Case별로 CSD에 의한 손상추정의 결과를 나타낸 것이다. 부재 2와 12가 손상된 경우 Case 3에서 좋은 결과를 보이고 있으나, Case 1에서 부재 2에 대해서는 수렴 결과가 좋지만 부재 12는 추정 오차가 큰 것을 볼 수 있다. 부재 6과 12는 Case 3에서 추정결과가 좋지만, 그 외의 Case 경우에는 추정오차가 크게 발생하는 것을 볼 수 있다.

Table 4.26 Result of damage identification with CSD
in damaged multi-member

Damaged member	CSD		
	Case	강성비	Iteration
No. 2, 12	1	0.50, 0.57	150
	2	0.84, 0.96	20
	3	0.50, 0.50	10
	4	0.71, 0.52	120
No. 6, 12	1	0.85, 0.57	150
	2	0.87, 0.85	20
	3	0.50, 0.50	10
	4	0.90, 0.54	150
No. 3, 15	1	0.50, 0.66	110
	2	0.80, 0.62	30
	3	0.50, 0.30	10
	4	0.87, 0.30	150
No. 6, 12, 15	1	1.00, 0.52, 0.70	100
	2	0.95, 0.95, 0.76	20
	3	0.70, 0.50, 0.30	20
	4	0.95, 0.54, 0.30	140

부재 3과 5가 손상된 경우와 부재 6, 12, 15가 손상된 경우 역시 Case 3에서 추정 결과가 좋은 것을 알 수 있으며, CSD의 경우 단일부재의 경우와 마찬가지로 수렴속도가 빠르고, 상부부재가 손상된 경우에는 상부절점의 데이터를, 하부부재가 손상된

경우에는 하부절점의 데이터를, 경사부재가 손상된 경우에는 상·하절점의 데이터를 사용한 경우 손상된 부재의 손상정도를 잘 추정하고 있는 것을 볼 수 있다.

Table 4.27은 복수부재 손상인 경우의 CCSD에 의한 손상추정을 나타낸다. CCSD의 경우는 부재 2와 12가 손상된 경우에 Case 1, 3에서 부재 2의 손상 추정결과가 좋으나, 부재 12에 대해서는 모든 Case에서 추정오차가 크게 발생하는 것을 볼 수 있다. 부재 6과 12가 손상된 경우 또한 Case 3에서 부재 6의 손상 추정결과가 좋고 그 외의 모든 Case에서 추정오차가 큰 것을 알 수 있다. 부재 3과 15가 손상된 경우는 Case 1에서 부재 3 과 Case 2에서 부재 15가 손상 추정결과가 좋고 그 외에는 추정오차가 크게 발생하는 것을 알 수 있다. 부재 6, 12, 15가 손상된 경우 또한 Case 1에서 부재 12 와 Case 2에서 부재 15가 손상 추정결과가 좋고 그 외에는 추정오차가 크게 발생하는 것을 알 수 있다. CCSD는 단일부재 손상인 경우와 마찬가지로 상부부재가 손상된 경우에는 상부절점의 데이터를, 하부부재가 손상된 경우에는 하부절점의 데이터를, 경사부재가 손상된 경우에는 상·하절점의 데이터를 사용한 경우 손상된 부재의 손상정도를 잘 추정하고 있는 것을 볼 수 있다.

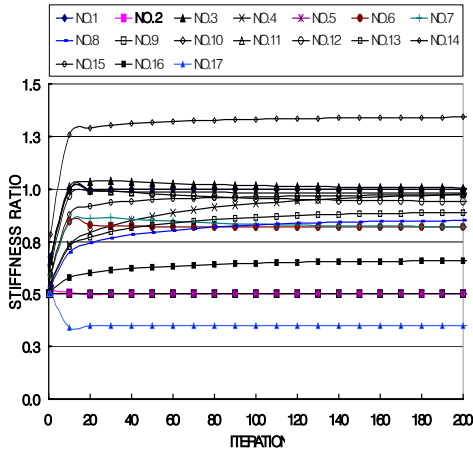
Table 4.27 Result of damage identification with CCSD in damaged multi-member

Damaged member	CCSD		
	Case	강성비	Iteration
No. 2, 12	1	0.50, 0.65	10
	2	0.73, 0.66	240
	3	0.50, 0.65	10
No. 6, 12	1	0.90, 0.73	10
	2	0.88, 0.55	400
	3	0.50, 0.65	10
No. 3, 15	1	0.50, 0.85	10
	2	0.86, 0.30	100
	3	0.54, 0.35	20
No. 6, 12, 15	1	1.00, 0.50, 0.79	10
	2	0.93, 0.56, 0.30	400
	3	0.56, 0.36, 0.40	20

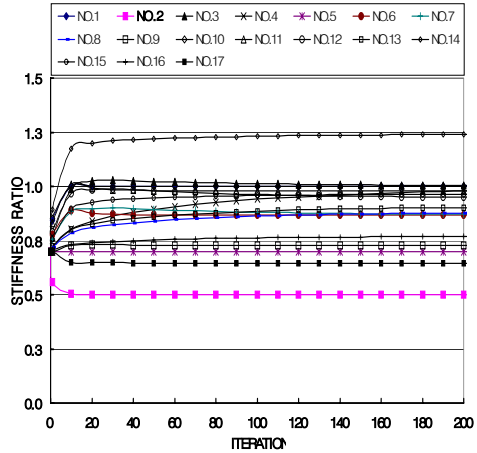
(3) 상태량의 초기치에 대한 검토

상태량의 초기치는 손상 후의 상태량의 평균치나 그 값을 모르기 때문에 가정을 해야 한다. 본 논문에서는 부재 2가 50% 손상된 경우에 대해서 상태량의 초기치를

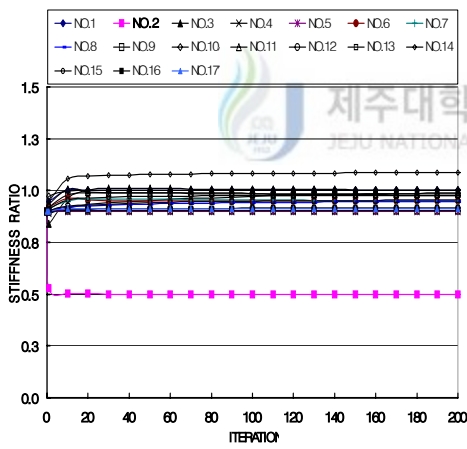
정상치(손상 전 강성)의 50%, 70%, 90%, 100%로 가정하였을 경우의 손상추정 결과를 비교하였다. 관측데이터는 Table 4.22에서 Case 1의 CSD를 사용하였다.



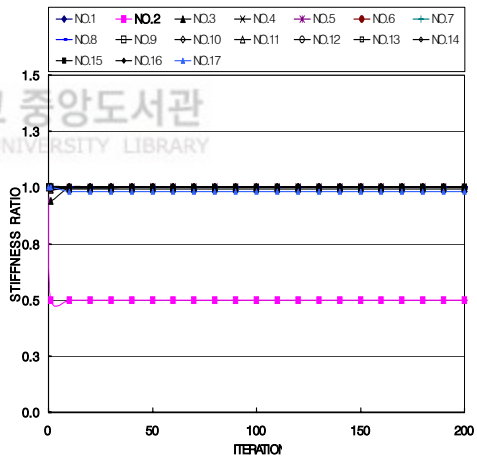
(a) 50% of initial stiffness



(b) 70% of initial stiffness



(c) 90% of initial stiffness



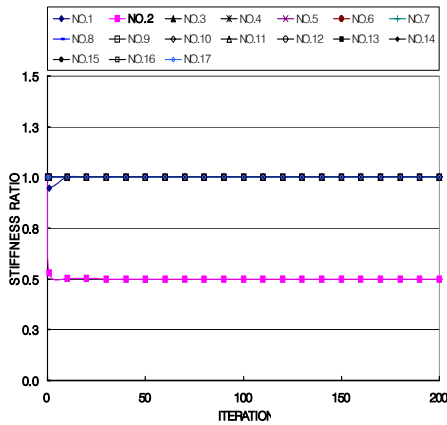
(d) 100% of initial stiffness

Fig 4.12 Effect of initial stiffness in 50% damage of member 2

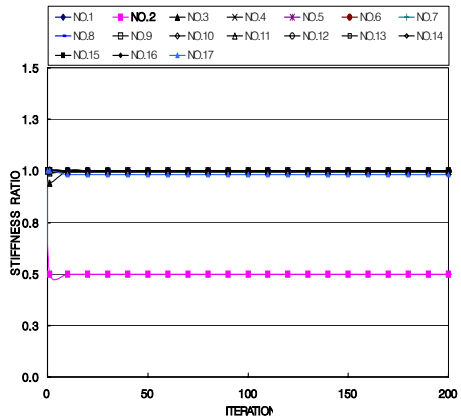
Fig 4.12는 부재 2가 50% 손상된 경우에 대해 상태량의 초기치 변화에 따른 상태량의 추정정도를 나타내는 것이다. 상태량의 초기치가 정상치에서 멀어질수록 손상되지 않은 부재의 추정오차가 커지는 반면, 손상된 부재의 수렴 정도에는 큰 영향이 없는 것을 볼 수 있다.

(4) 관측 잡음에 대한 검토

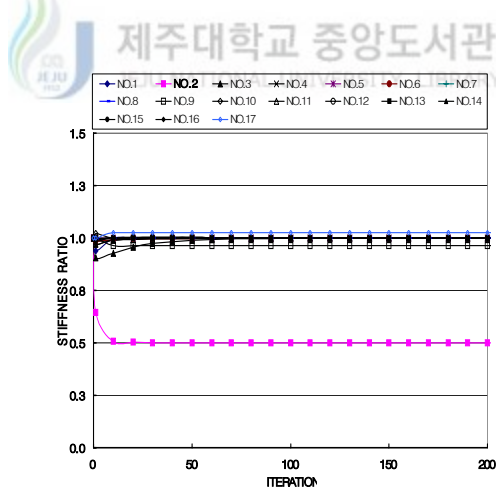
구조물에서 데이터를 측정하는데 있어서 잡음은 피할 수 없으며 구조물의 손상을 추정하는데 가장 커다란 걸림돌이 된다. 측정 기술과 도구의 개발이 잡음을 낮출 수는 있지만, 완전하게 피할 수는 없다.



(a) Standard deviation of 10%



(b) Standard deviation of 30%



(c) Standard deviation of 50%

Fig 4.13 Effect of the standard deviation of the observed data

Fig 4.13은 관측 잡음에 대한 표준 편차를 관측데이터에 대해 변화시켰을때 그에 따른 상태량의 수렴정도를 나타낸 것으로 부재 2가 50% 손상된 경우에 대해서 관측 잡음의 분포를 각각 관측데이터의 10%, 30%, 50%를 표준편차로 했을때의 결과이다.

관측데이터는 Table 4.22에서 CSD 와 CCSD의 Case 2를 사용하였다.

수행결과 잡음의 표준편차가 작을수록 손상된 부재와 손상되지 않은 부재들을 안정적으로 수렴하는 것을 볼 수 있다.



2) 동적 데이터에 의한 손상추정

손상추정을 위한 손상지표를 해석예제 1과 같이 몇 개의 Case로 나누어 Table 4.28에 나타내었다. CNF의 경우 저차모드, 고차모드 및 전체모드로 나누고, CMS는 상부절점, 하부절점, 좌측절점, 우측절점 및 전체절점에서 x, y방향의 자유도에 대해서 나누었다. 그리고 CCMS는 상, 하부절점과 좌, 우측절점에서 x, y방향의 자유도에 대해서 나누었다. 손상추정을 위한 Iteration은 500회까지 수행하였다.

Table 4.28 Damage index

Case	CNF	CMS	CCMS
1	1차 ~ 3차	절점 2,3,4,5의 x,y 자유도	절점 3,4의 x,y 자유도
2	1차 ~ 6차	절점 2,3,7,8의 x,y 자유도	절점 3,8의 x,y 자유도
3	1차 ~ 12차	절점 4,5,9,10의 x,y 자유도	절점 8,9의 x,y 자유도
4	1차 ~ 16차	모든 절점의 x,y 자유도	절점 4,9의 x,y 자유도
5	11차 ~ 16차	절점 7,8,9,10의 x,y 자유도	절점 3,4,8,9의 x,y 자유도

Table 4.29 Assumed damaged rate

Case	Damaged member				
	No.2	No.3	No.6	No.12	No.15
1	50%				
2			50%		
3				50%	
4					50%
5	50%			50%	
6			50%	50%	
7		50%			70%
8			30%	50%	70%

부재의 손상 상태 가정은 모델 1에서와 동일 조건으로 Table 4.29에 나타내었다.

(1) 단일부재 손상의 경우

단일부재 손상에 대해서는 부재 2, 6, 12 그리고 15가 각각 50%씩 손상되었을 경우에 대해 고려하였다.

Table 4.30 Result of damage identification with CNF in damaged single member

Case	Stiffness ratio			
	No.2	No.6	No.12	No.15
1	0.89	0.95	0.95	0.79
2	0.87	0.87	0.54	0.62
3	0.57	0.57	0.50	0.53
4	0.50	0.50	0.50	0.53
5	0.67	0.67	0.95	0.70

Table 4.30 은 Table. 4.28에서 제시한 각 Case별 CNF에 의한 손상추정을 나타낸다. CNF 전체를 사용한 경우의 Case 4가 다른 Case에 비해 수렴정도가 좋게 나온 것을 볼 수 있다. 즉 CNF의 경우는 대체적으로 데이터의 개수가 많을수록 손상 부재의 추정정도가 양호한 것을 알 수 있다.

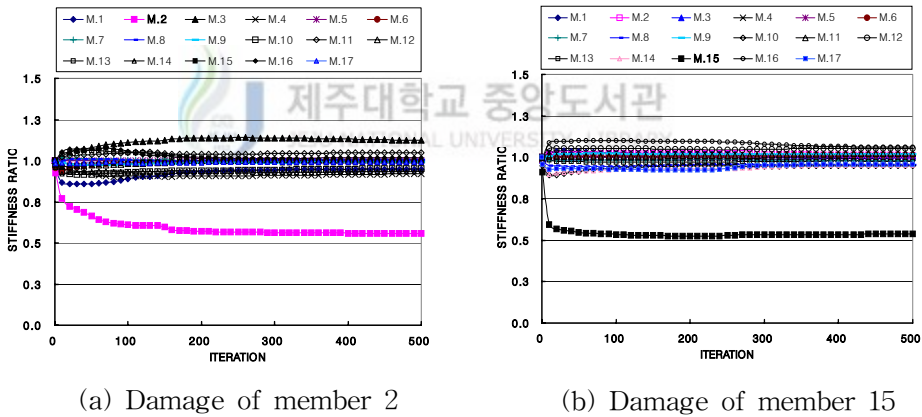


Fig 4.14 Result of damage identification with CNF of case 4 in damaged single member

Fig 4.14는 Table 4.28에서 Case 4의 경우에 대해 부재 2와 15가 각각 50%씩 손상된 경우에 CNF를 사용한 손상 추정 결과를 나타낸 것이다.

Fig 4.14에서 볼 수 있듯이 모델 1과 같이 CNF를 단일지표로 사용하여 손상 추정을 수행한 결과 단일부재 손상인 경우 대체적으로 손상된 부재의 손상 정도와 손상 위치를 잘 추정하지만 손상되지 않은 부재들의 추정오차가 큰 것을 알 수 있다.

Table 4.31 Result of damage identification with CMS
in damaged single member

Mode	No.2		No.6		No.12		No.15	
	Case	강성비	Case	강성비	Case	강성비	Case	강성비
1	1	0.7	2	0.89	1	0.84	3	0.81
	2,3	0.84					4	0.51
	4	0.51					4	0.51
2	1,2,3,5	0.79	1,2	0.87	1	0.89	2,3,5	0.78
	4	0.5	4	0.51	4	0.51	4	0.51
3	1,2,3,5	0.64	4	0.51	4	0.51	1,2,3,5	0.65
	4	0.5					4	0.51
4	4	0.5	4	0.52	발산	-	4	0.51
5	4	0.51	4	0.51	발산	-	4	0.51
			5	0.86				
6	4	0.51	1,5	0.86	발산	-	2,3,5	0.73
			2,3	0.71			4	0.51
			4	0.51				
7	4	0.51	2	0.82	4	0.51	발산	-
			4	0.51				
8	2	0.83	2,5	0.65	4	0.51	4	0.5
	4	0.5	4	0.51				
9	발산	-	발산	-	4	0.51	2,3,5	0.7
							4	0.5
10	1,2	0.65	1,2,5	0.59	2,5	0.85	4	0.51
	3,5	0.78	3	0.71	4	0.51		
	4	0.51	4	0.51				
11	1,2,3,5	0.71	발산	-	1,2,3,5	0.8	1,2,3,5	0.62
	4	0.5			4	0.51	4	0.51
12	발산	-	발산	-	4	0.5	3,5	0.86
							4	0.51
13	발산	-	4	0.51	1,3,5	0.66	발산	-
					4	0.51		
14	1	0.64	2,4,5	0.52	1,2,3	0.87	4	0.51
	2	0.76			4	0.5		
	4	0.51			5	0.72		
15	1	0.69	4	0.51	1,2,5	0.67	1,2,3,5	0.82
	2,3,5	0.85			3	0.59		
	4	0.52			4	0.51		
16	1	0.74	2	0.67	4	0.5	2,3	0.8
	2	0.86	4	0.52			4	0.51
	4	0.47	5	0.78			5	0.68

Table 4.32 Result of damage identification with CCMS
in damaged single member

Mode	No.2		No.6		No.12		No.15	
	Case	강성비	Case	강성비	Case	강성비	Case	강성비
1	1	0.78	1	0.9	1	0.56	1,3,5	0.89
					2,4	0.8		
	2	0.89	2	0.87	3	0.88	2	0.52
					5	0.73		
2	1	0.55	-	-	4,5	0.90	5	0.79
	2	0.75						
	5	0.65						
3	1,2,5	0.58	-	-	-	-	2,3	0.74
	3	0.67						
	4	0.83					5	0.66
4	5	0.9	-	-	발산	-	-	-
5	-	-	-	-	발산	-	2,3,5	0.87
6	-	-	-	-	3	0.85	2,5	0.85
					5	0.7	3,4	0.88
8	1,2,5	0.85	-	-	-	-	-	-
9	5	0.78	발산	-	-	-	5	0.63
10	1,2	0.85	1	0.72	5	0.72	-	-
			2	0.61				
			3	0.67				
			4	0.82				
	5	0.62	5	0.58				
11	5	0.69	1,2,5	0.51	5	0.75	1,4	0.85
			3,4	0.47			2	0.75
							5	0.57
12	1,2,3	0.85	발산	-	-	-	3	0.9
	4	0.78					5	0.81
	5	0.59						
13	1,5	0.89	-	-	5	0.7	발산	-
14	1,4,5	0.90	-	-	5	0.83	-	-
15	2,5	0.84	-	-	5	0.68	1	0.9
							3	0.85
							5	0.76
16	5	0.9	-	-	-	-	1,2,3,4	0.89
							5	0.86

Table 4.31은 단일부재 손상인 경우의 CMS에 의한 손상추정을 나타낸다. CMS의 경우는 해석모델 1과 마찬가지로 모든 절점의 모드진폭을 데이터로 사용한 Case 4에서 상태량의 수렴정도가 양호하게 나온 것을 볼 수 있다. 그 외 Case에서는 손상된 부재를 추정하지 못하거나 추정오차가 크게 발생한 것을 볼 수 있다. 그리고 모델 2에서는 모델 1과 달리 저차모드와 고차모드에서 비슷한 추정결과를 보였다.

Table 4.32는 단일부재 손상인 경우의 CCMS에 의한 손상추정을 나타낸다. 저차모드가 고차모드보다 손상된 부재의 추정오차가 적고, 손상된 부재를 포함하는 절점

의 데이터를 사용한 경우가 다른 절점의 데이터를 사용한 경우보다 추정정도가 좋은 것을 볼 수 있다. 그리고 고차모드로 갈수록 상태량의 추정과정에서 손상된 부재가 없는 것으로 추정하는 경우가 많고 추정오차가 큰 것을 볼 수 있다.

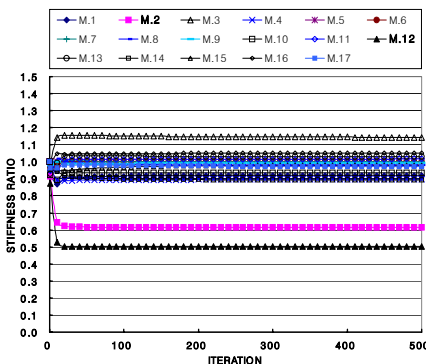
(2) 복수부재 손상의 경우

복수부재 손상에 대해서는 부재 2와 12, 6과 12가 각각 50%, 3과 15가 각각 50%, 70% 그리고 6, 12와 15가 각각 30%, 50%, 70%씩 손상되었을 경우에 대해서 고려하였다.

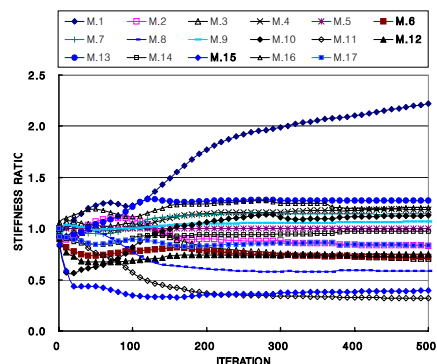
Table 4.33 Result of damage identification with CNF in damaged multi-member

Case	Stiffness ratio			
	No.2,12	No.6,12	No.3,15	No.6,12,15
1	0.89, 0.94	0.92, 0.93	0.57, 0.46	0.89, 0.97, 0.73
2	0.84, 0.53	1.00, 0.64	0.62, 0.35	0.95, 0.77, 0.77
3	0.62, 0.50	0.67, 0.56	0.57, 0.32	1.00, 0.70, 0.37
4	0.61, 0.50	0.50, 0.50	0.52, 0.30	0.70, 0.74, 0.39
5	0.97, 0.95	0.67, 0.98	0.86, 0.66	0.72, 0.97, 0.53

Table 4.33는 복수부재 손상인 경우 Table 4.28에서 제시한 각 Case별로 CNF에 의한 손상추정의 결과를 나타낸 것이다. 부재 6, 12, 15가 손상된 경우를 제외하고는 CNF 전체를 사용한 경우의 Case 4에서 수렴정도가 좋게 나온 것을 볼 수 있다. 대체적으로 데이터의 개수가 많을수록 손상부재의 추정정도가 양호한 것을 볼 수 있다.



(a) Damage of member 2, 12



(b) Damage of member 6, 12, 15

Fig 4.15 Result of damage identification with CNF of case 4 in damaged multi-member

Table 4.34 Result of damage identification with CMS
in damaged multi-member

Mode	No.2,12		No.6,12		No.3,15		No.6,12,15	
	Case	강성비	Case	강성비	Case	강성비	Case	강성비
1	1,3,5	0.82,0.96	1	0.96,0.89	1,2	0.90,0.88	1	1.0,0.88,0.88
	2	0.79,0.92	3	0.96,0.80	3,5	0.93,0.60	3,5	1.0,1.0,0.71
	4	0.53,0.53	4	0.52,0.52	4	0.56,0.34	4	0.79,0.56,0.34
2	1,2,3	0.85,0.94	1,3	0.89,0.9	1,2	0.88,0.90	1	1.0,95,0.80
	4	0.51,0.510			3,5	0.91,0.70	2,3,5	1.0,1.0,0.70
	5	0.76,0.87	4	0.51,0.51	4	0.56,0.34	4	0.75,0.54,0.35
3	1,2,5	0.63,0.96	1,2,3,5	0.97,1.0	1,2	0.78,0.50	1,3	1.0,1.0,0.67
	3	0.77,1.0			3,5	1.0,0.76	2,5	1.0,1.0,0.44
	4	0.50,0.50			4	0.53,0.53	4	0.84,0.6,0.36
4	발산	-	발산	-	4	0.56,0.33	4	0.73,0.54,0.32
					5	0.90,0.65		
5	발산	-	발산	-	발산	-	발산	-
6	발산	-	발산	-	발산	-	1	0.85,0.55,0.95
							2,3,5	0.96,0.63,0.53
							4	0.70,0.50,0.30
7	4	0.53,0.53	2	0.82,1.0	1,2,3	0.56,0.95	발산	-
			4	0.51,0.51	4	0.50,0.30		
8	1,2	0.89,1.0	2,5	0.61,0.91	1,2,3,5	0.89,0.88	1,2,3,5	0.88,0.77,0.65
	4	0.50,0.50	4	0.52,0.52	4	0.50,0.30	4	0.71,0.51,0.32
9	발산	-	발산	-	발산	-	발산	-
10	1,3,5	0.70,0.88	1,2,3	0.63,0.71	발산	-	발산	-
	2	0.64,0.75	4	0.54,0.54				
	4	0.51,0.51	5	0.66,0.89				
11	1,2,3,5	0.72,0.88	1,2,3	0.62,0.90	1,2,3	0.68,0.60	1,3	0.84,0.92,0.63
	4	0.5,0.50	4	0.58,0.58	4	0.47,0.28	2,5	0.75,1.0,0.55
			5	0.5,0.62	5	1.0,52	4	0.70,0.50,0.30
12	발산	-	발산	-	발산	-	발산	-
13	1,2	0.86,0.82	발산	-	발산	-	발산	-
	3,5	0.89,0.77						
	4	0.45,0.45						
14	1,2,5	0.68,0.82	1,2,3,5	0.64,0.82	1,2,3,5	0.64,0.45	발산	-
	4	0.50,0.50	4	0.51,0.51	4	0.57,0.34		
15	1,2	0.74,0.79	1,2,3	0.84,0.62	발산	-	1,3,5	1.0,0.81,0.85
	3,5	0.80,0.61	4	0.52,0.52			2	0.88,0.59,0.53
	4	0.53,0.53	5	0.97,0.76			4	0.72,0.52,0.31
16	1	0.71,0.98	2	0.66,1.0	발산	-	발산	-
	2	0.83,1.0	4	0.52,0.52				
	4	0.52,0.52	5	0.79,1.0				

Table 4.35 Result of damage identification with CCMS
in damaged multi-member

Mode	No.2,12		No.6,12		No.3,15		No.6,12,15	
	Case	강성비	Case	강성비	Case	강성비	Case	강성비
1	1	0.93,0.72	1	1.0,0.65	1	0.57,0.86	1	1.0,55,0.81
	2	0.83,0.70	2	0.86,0.75	2	0.84,0.6	2,3,4	1.0,89,0.90
	3,4,5	1.0,0.88	3,4,5	1.0,84	3,4,5	0.97,0.82	5	1.0,76,0.83
2	1	0.73,0.98	5	1.0,88	2,3	0.96,0.88	4,5	1.0,93,0.57
	2,5	0.63,0.93			5	0.98,0.60		
3	1,3	0.66,0.95	-	-	1,5	0.66,0.78	3	0.95,1.0,0.70
	2	0.54,1.0			2	0.70,0.53		
	5	0.61,0.87			3	0.80,0.44		
4	발산	-	발산	-	1,4	0.87,1.0	발산	-
					2,3,5	0.83,0.9		
5	발산	-	발산	-	발산	-	1,2,3	1.0,1.0,0.97
							4,5	0.98,1,0.74
6	발산	-	발산	-	3,4,5	0.85,0.70	발산	-
7	-	-	-	-	3,5	0.62,0.94	-	-
					4	0.85,0.95		
					1,2	0.85,1.0		
8	1,2,3	0.86,1.0	-	-	3,5	0.80,0.98	-	-
					3,4,5	1.0,0.50		
9	발산	-	발산	-	3,4,5	1.0,0.50	2,3,4	0.8,1.0,0.9
							1,2,3	0.8,1.0,1.0
10	2	0.86,1.0	발산	-	3,4,5	1.0,0.50	4,5	0.68,1.0,1.0
	5	0.87,0.57						
11	1,2,3	0.85,0.91	1,3	0.57,1.0	1	0.96,0.83	발산	-
			2,4	0.6,0.97	2,4	1.0,73		
	5	0.67,0.68	5	0.52,0.51	3,5	0.92,0.44		
12	발산	-	발산	-	발산	-	1,2,3	0.8,1.0,1.0
							4,5	0.6,1.0,1.0
13	발산	-	발산	-	발산	-	발산	-
14	5	0.88,0.74	5	0.97,0.85	1,3,4,5	0.76,1.0	-	-
15	5	0.83,0.79	2	0.97,0.87	2,3,4	0.83,1.0	1,2,3	1.0,98,0.85
			5	0.91,0.62	5	0.72,0.79	4,5	0.9,0.84,0.89
16	-	-	-	-	3,5	0.81,0.87	2,3,4,5	1.0,1,0.88

Fig 4.15는 Table 4.28에서 Case 4의 경우에 대해 부재 2와 12이 각각 50%씩, 부재6, 12, 15가 각각 30%, 50%, 70%씩 손상된 경우에 대해 CNF를 사용한 손상 추정 결과를 나타낸 것이다. 손상된 부재가 많고 손상정도가 다른 경우 CNF를 손상지표로 사용하여 손상추정을 수행하는 경우 모델 1과 마찬가지로 손상 추정과정이 다소 불안정하거나 손상된 부재뿐만 아니라 손상되지 않은 부재들의 추정오차가 크게 발생하는 것을 볼 수 있다. 따라서 복수부재 손상인 경우에는 CNF를 단일지표로 사용하여 손상추정을 하는데 어려움이 있음을 알 수 있다.

Table 4.34는 복수부재손상인 경우의 CMS에 의한 손상추정을 나타낸다. CMS의 경우는 모든 절점의 모드진폭을 데이터로 사용한 Case 4에서 상태량의 수렴정도가 양호하게 나온 것을 볼 수 있다. 그 외 Case에서는 손상된 부재를 추정하지 못하거나 추정오차가 크며, 저차모드가 고차모드에 비해 발산하는 경우가 적은 것을 볼 수 있다.

Table 4.35는 복수부재 손상인 경우의 CCMS에 의한 손상추정을 나타낸다. 고차모드로 갈수록 발산하는 경우가 많고, 손상된 부재의 상태량을 추정하는데 손상된 부재가 없는 것으로 추정하는 경우가 많으며, 추정오차가 큰 것을 볼 수 있다.

(3) CNF와 CMS의 조합

모델 2에서도 마찬가지로 제시된 손상지표에 대한 손상추정결과 대체적으로 데이터의 개수가 많을수록 상태량의 추정오차가 작고, 수렴결과가 좋은 것을 알 수 있다. 따라서 CNF와 CMS를 조합하여 데이터의 양을 늘려 새로운 지표로 하여 손상추정을 수행하였다.

두 지표의 조합은 Table 4.28에서 CNF는 저차모드인 Case 2와 고차모드인 Case 5를 채택하였고, CMS는 저차모드에서 발산하는 경우가 적으므로 1차 모드에서 Case 1, 2, 3, 5를 채택하여 이들을 조합시켜 Table 4.36과 같이 8가지의 경우로 나누어 손상추정을 수행하였다.

Table 4.36 Damage index combined CNF with CMS

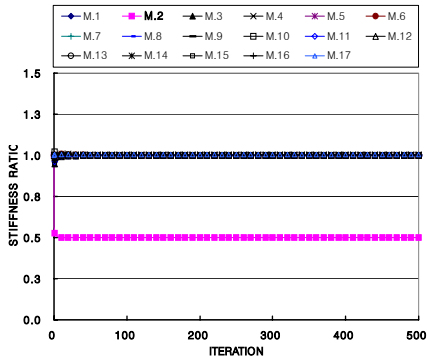
Case	CNF+CMS
1	CNF의 Case 2 + 1차 모드에서 CMS의 Case1
2	CNF의 Case 2 + 1차 모드에서 CMS의 Case2
3	CNF의 Case 2 + 1차 모드에서 CMS의 Case3
4	CNF의 Case 2 + 1차 모드에서 CMS의 Case5
5	CNF의 Case 5 + 1차 모드에서 CMS의 Case1
6	CNF의 Case 5 + 1차 모드에서 CMS의 Case2
7	CNF의 Case 5 + 1차 모드에서 CMS의 Case3
8	CNF의 Case 5 + 1차 모드에서 CMS의 Case5

Table 4.37 Result of damage identification with CNF+CMS
in damaged members

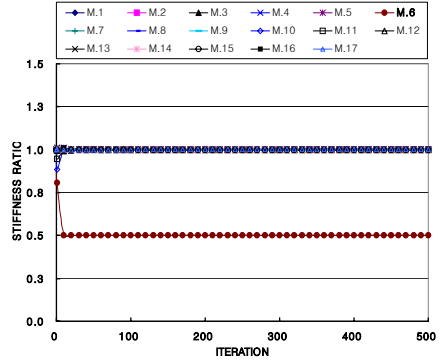
Case	CNF + CMS							
	No.2	No.6	No.12	No.15	No.2,12	No.6,12	No.3,15	No.6,12,15
1	0.50	0.59	0.50	0.50	0.50,0.50	0.53,0.31	0.50,0.30	0.74,0.51,0.30
2	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50,0.50	0.50,0.50	0.50,0.30	0.70,0.50,0.30
3	0.62	0.65	0.50	0.50	0.53,0.50	0.63,0.56	0.58,0.30	0.79,0.52,0.30
4	0.54	0.54	0.50	0.50	0.55,0.50	0.54,0.50	0.56,0.30	0.80,0.51,0.30
5	0.50	0.60	0.51	0.60	0.51,0.51	0.58,0.52	0.55,0.43	0.92,0.55,0.40
6	0.50	0.50	0.54	0.50	0.50,0.54	0.51,0.55	0.73,0.30	0.72,0.56,0.30
7	0.67	0.66	0.52	0.60	0.67,0.52	0.63,0.52	0.70,0.40	0.70,0.54,0.41
8	0.63	0.66	0.51	0.50	0.63,0.53	0.55,0.52	0.63,0.30	0.70,0.52,0.30

Table 4.37은 단일부재 손상인 경우와 복수부재손상인 경우에 대해서 CNF와 CMS를 조합하여 손상추정을 수행한 결과를 나타낸다. 수행 결과 전체적으로 손상부재의 수렴정도가 매우 양호한 것으로 나타났다. 고차모드의 CNF와 CMS를 조합한 경우인 Case 5 ~ Case 8이 저차모드의 CNF와 CMS를 조합한 경우인 Case 1 ~ Case 4보다 추정오차가 큰 것을 볼 수 있다.

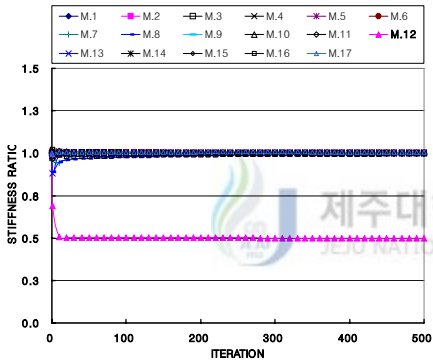
CNF에 조합되는 CMS는 측정된 절점위치에 따라 손상된 부재의 추정정도에 차이가 있는 것을 볼 수 있다.



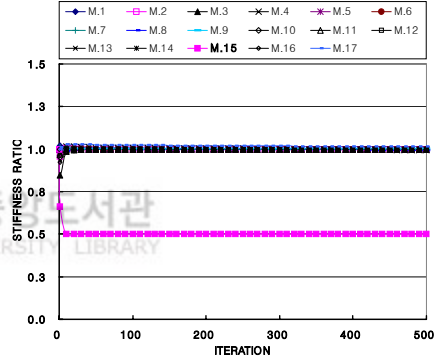
(a) Damage of member 2



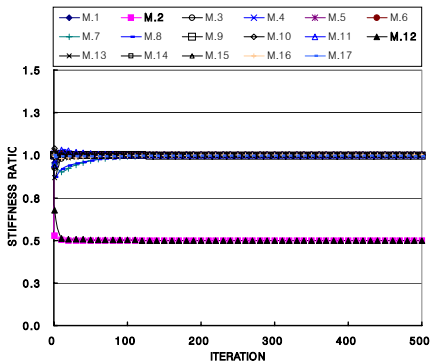
(b) Damage of member 6



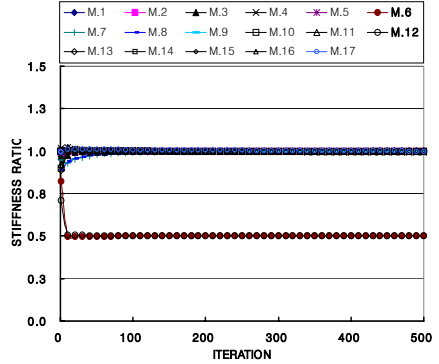
(c) Damage of member 12



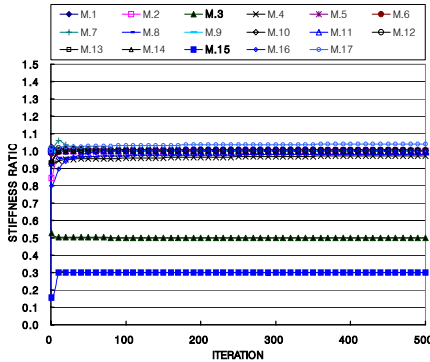
(d) Damage of member 15



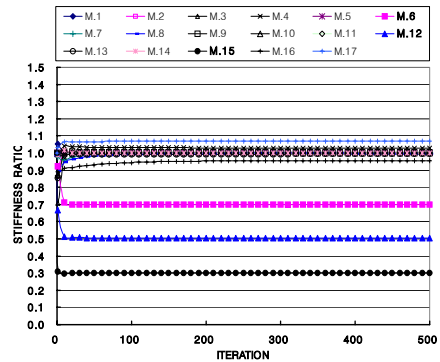
(e) Damage of member 2,12



(f) Damage of member 6,12



(g) Damage of member 3,15



(h) Damage of member 6,12,15

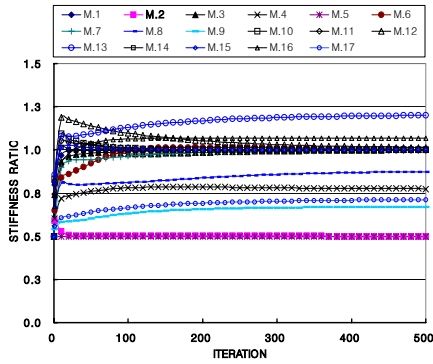
Fig 4.16 Result of damage identification in case 2 of CNF+CMS

Fig 4.16은 Table. 4.36에서 CNF와 CMS을 조합한 경우의 Case 2를 데이터로 하여 손상추정을 수행한 결과를 나타낸 것이다. CNF와 CMS을 조합하여 데이터로 사용한 결과 전체적으로 단일부재 손상인 경우뿐만 아니라 복수부재 손상인 경우 모두 손상된 부재와 손상되지 않은 부재에 대한 상태량의 수렴과정이 안정적이며 수렴속도도 매우 빠른 것을 알 수 있다.

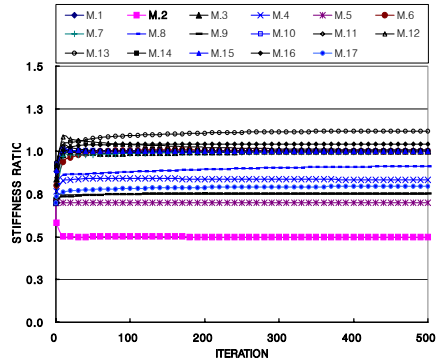
(4) 상태량의 초기치에 대한 검토

모델 1과 같이 부재 2가 50% 손상된 경우에 대해서 상태량의 초기치를 정상치(손상 전 강성)의 50%, 70%, 90%, 100%로 가정하였을 경우의 손상추정 결과를 비교하였다. 관측데이터는 Table 4.36에서 CNF와 CMS을 조합한 경우의 Case 2를 사용하였다.

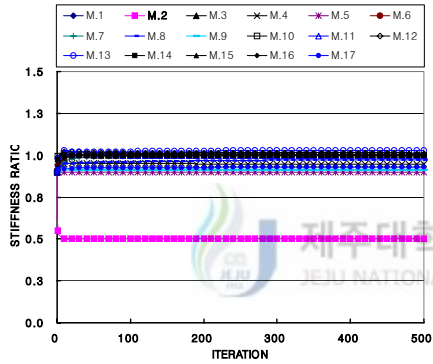
Fig 4.17은 부재 2가 50% 손상된 경우에 대해 상태량의 초기치 변화에 따른 상태량의 추정정도를 나타내는 것이다. 모델 1과 같이 상태량의 초기치가 정상치에서 멀어질수록 손상되지 않은 부재의 추정오차가 커지는 반면, 손상된 부재의 수렴 정도에는 큰 영향이 없는 것을 볼 수 있다.



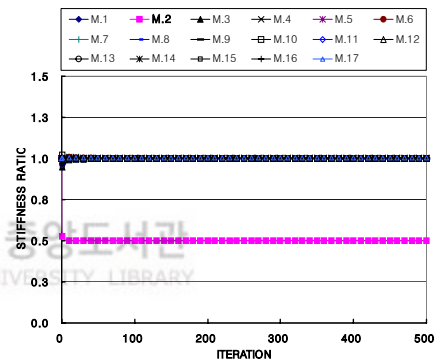
(a) 50% of initial stiffness



(b) 70% of initial stiffness



(c) 90% of initial stiffness

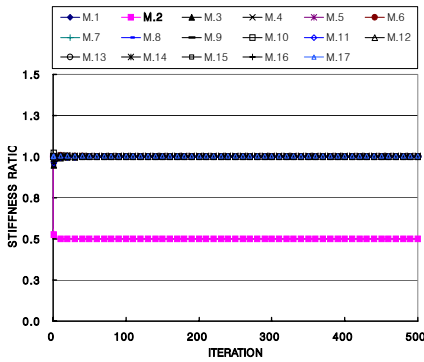


(d) 100% of initial stiffness

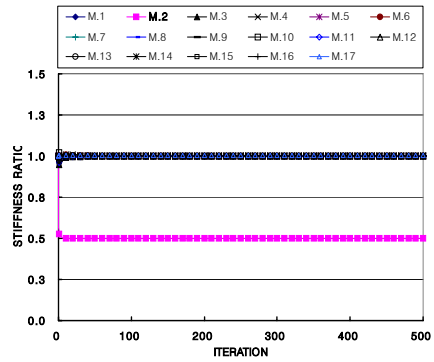
Fig 4.17 Effect of initial stiffness in 50% damage of member 2

(5) 관측 잡음에 대한 검토

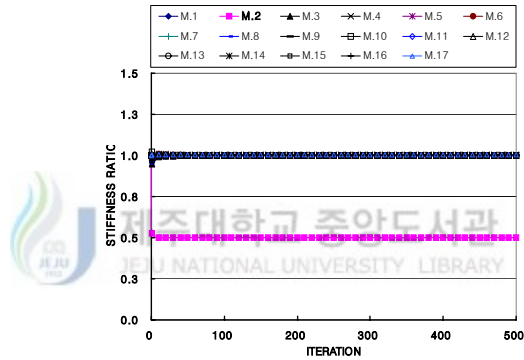
Fig 4.18은 관측 잡음에 대한 표준편차를 관측데이터에 대해 변화시켰을 때 그에 따른 상태량의 수렴정도를 나타낸 것으로 모델 1과 같이 부재 2가 50% 손상된 경우에 대해서 관측 잡음의 분포를 각각 관측데이터의 10%, 30%, 50%를 표준편차로 했을 때의 결과이다. 관측데이터는 Table 4.36에서 CNF와 CMS을 조합한 경우의 Case 2를 사용하였다.



(a) standard deviation of 10%



(b) standard deviation of 30%



(c) standard deviation of 50%

Fig 4.18 Effect of the standard deviation of the observed data

수행결과 모델 1과 마찬가지로 파라메트릭 사영필터에서는 표준편차의 크기에 상관없이 손상된 부재의 손상위치와 손상정도를 안정적으로 잘 추정하고, 손상되지 않은 부재들도 안정적으로 빠르게 수렴하는 것을 볼 수 있다.

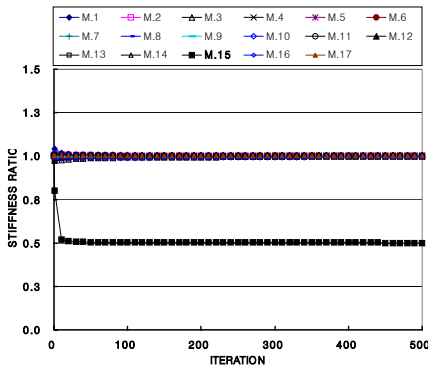
(6) Kalman filter로 수행한 결과와 비교

모델 1과 같이 동일한 조건하에서 칼만 필터와 파라메트릭 사영필터로 손상추정을 수행한 결과를 비교하였다. 관측데이터는 Table 4.36에서 CNF와 CMS를 조합한 경우의 Case 2로 하였다. 손상추정을 위한 Iteration은 500회로 하였다.

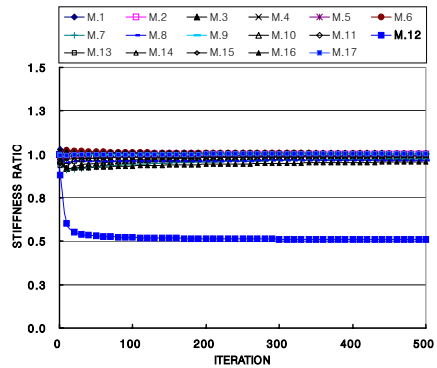
Table 4.38은 칼만 필터와 파라메트릭 사영필터에 의한 해의 수렴성을 나타낸 것이다.

Table 4.38 Result of convergence by parametric projection filter and kalman filter in damaged members with CNF+CMS

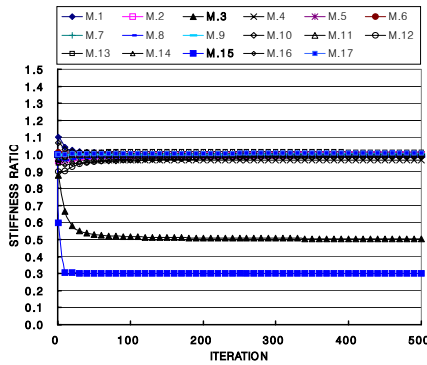
Damage member	Filter algorithm	
	Kalman filter	Parametric projection filter
No.2	0.50	0.50
No.6	0.50	0.50
No.12	0.50	0.50
No.15	0.50	0.50
No.2,12	0.50, 0.51	0.50, 0.50
No.6,12	0.50, 0.51	0.50, 0.50
No.3,15	0.50, 0.30	0.50, 0.30
No.6,12,15	0.70,0.51,0.30	0.70, 0.50, 0.30



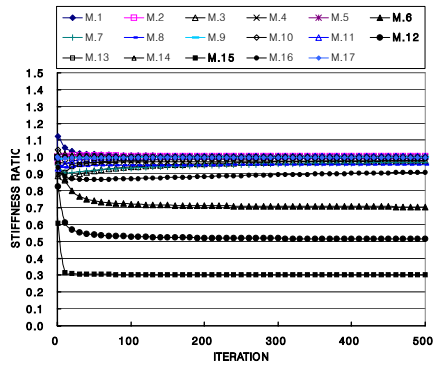
(a) Damage of member 12



(b) Damage of member 15



(c) Damage of member 3,15



(d) Damage of member 6, 12, 15

Fig 4.19 Result of damage identification with CNF+CMS by kalman filter

Fig 4.19는 상태량에 대해 칼만 필터로 손상추정을 수행한 결과를 나타낸다. Fig 4.19의 (a)와 (b)는 단일부재 손상인 경우로 각각 부재 12와 15가 50%씩 손상된 경우이며, (c)와 (d)는 복수부재 손상인 경우로 각각 부재 3과 15가 각각 50%, 70%씩, 부재 6, 12, 15가 각각 30%, 50%, 70%씩 손상된 경우를 나타낸다.

단일부재 손상인 경우뿐만 아니라 복수부재 손상인 경우 모두 Fig 4.16의 파라메트릭 사영필터로 수행한 결과보다 상태량의 수렴속도가 늦지만, 손상 정도 및 손상위치를 추정하는데 오차가 거의 없음을 볼 수 있다.

VI. 결론

본 논문에서는 파라메트릭 사영 필터를 비선형 시스템에 대한 필터로 확장한 비선형 파라메트릭 사영필터를 적용하여 구조물의 손상추정을 위한 2차원 트러스 구조물의 손상을 추정하기 위해 손상지표로 정적하중에 의한 변위 및 변위곡률, 진동특성의 변화에 의한 고유진동수, 모드 형상 진폭 및 모드 형상 진폭 곡률에 대해 해의 수렴성 및 유효성을 조사하였다.

먼저 구조물의 손상 후에 얻어지는 여러 가지 측정데이터를 손상지표로 제안하고 각각의 손상지표에 대해 해석예제를 통해 그 유효성과 수렴성을 검증하고 각각의 손상지표에 대한 추정정도를 파악하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) CSD는 상부부재가 손상된 경우에는 상부절점의 데이터를, 하부부재가 손상된 경우에는 하부절점의 데이터를, 경사부재가 손상된 경우에는 상·하절점점의 데이터를 사용한 경우 손상된 부재의 손상정도를 잘 추정하고 있는 것을 알 수 있었다.
- (2) CCSD는 손상된 부재의 수렴속도는 빠르지만 추정오차가 크게 발생하여 전체적으로 손상된 부재의 손상정도를 잘 추정하지 못하였다.
- (3) CNF는 대체적으로 데이터의 개수가 많을수록 손상된 부재의 수렴결과가 좋았다. 단일부재손상인 경우는 손상된 부재뿐만 아니라 손상되지 않은 부재들의 상태량의 수렴정도가 다소 좋았지만, 손상된 부재가 많고 손상정도가 다른 경우에는 추정과정이 불안정하거나 추정오차가 크게 발생하는 것을 알 수 있었다.
- (4) CMS는 대체적으로 고차모드보다 저차모드에서 발산이 적고, 모든 절점의 데이터를 사용한 경우 외에는 손상된 부재의 손상 정도를 잘 추정하지 못하였다. 손상된 부재를 포함하는 절점의 데이터를 사용한 경우 다른 절점의 데이터를 사용한 경우보다 손상 추정오차가 작았다.
- (5) CCMS는 단일부재 및 복수부재 손상의 경우 고차모드보다 저차모드에서 발산이 적지만, 전체적으로 손상된 부재의 손상 정도를 잘 추정하지 못하였다.

- (6) CNF와 CMS를 조합한 경우 CMS는 저차모드에서 발산하는 경우가 적으므로 1차 모드의 CMS를 조합하였다. 수행결과 고차모드의 CNF보다 저차모드의 CNF에 CMS를 조합한 경우에 손상된 부재뿐만 아니라 손상되지 않은 부재들의 상태량이 안정적으로 수렴하고 빠르며 추정오차도 작아 추정결과가 매우 좋았다. 특히 상대적으로 입력의 영향을 덜 받는 Web 부재가 손상된 경우에도 수렴이 빠르고 손상 정도·위치를 잘 찾아낼 수 있었다.
- (7) CNF에 조합되는 CMS의 경우 측정된 절점위치에 따라 손상부재의 추정정도에 다소 차이가 있었다.
- (8) 상태량의 초기치에 따른 추정정도의 변화는 상태량의 초기치가 정상치에서 멀어질수록 손상되지 않은 부재의 추정오차가 커지는 반면, 손상된 부재의 수렴정도에 큰 영향이 없는 것을 알 수 있었다.
- (9) 관측 잡음에 대한 표준편차를 관측데이터에 대해 변화시켰을 때 그에 따른 상태량의 수렴정도는 정적데이터를 이용한 경우 표준편차의 크기에 따라 손상되지 않은 부재들이 추정오차가 커지는 것을 볼 수 있었고, 동적데이터를 이용한 경우는 표준편차의 크기에 상관없이 손상된 부재뿐만 아니라 손상되지 않은 부재들이 안정적으로 수렴하는 것을 알 수 있었다.
- (10) 비선형 파라메트릭 사영필터에 의한 손상추정 결과와 Kalman filter로 손상 추정을 수행한 결과를 비교한 경우 파라메트릭 사영필터가 손상된 부재뿐만 아니라 손상되지 않은 부재들의 상태량의 수렴이 안정적이고 빠르며 추정오차도 작은 것을 알 수 있었다. 이로서 수치 예제를 통해 파라메트릭 사영필터가 칼만 필터보다 손상 추정을 수행하는데 있어서 효율적이며 우수하다는 것을 보였다.

참고문헌

- 서일교, 1999, “확장 칼만 필터를 이용한 2차원 트러스 구조물의 손상추정”, 대한 건축학회 논문집, 제15권 4호, pp. 3-12
- 서일교, 임은지, 2003, “사영필터를 이용한 2차원 트러스 구조물의 2단계 손상추정”, 大韓建築學會 學術發表論文集, 第23卷 第2號, p.p. 213 - 216
- 유숙경, 서일교, 권택진, 2000, “확장 칼만필터를 이용한 2차원 트러스 구조물의 손상추정에 적용된 손상지표의 유효성 및 수렴성”, 대한건축학회 학술발표회 논문집, 제20권 제1호, pp. 11-14
- 윤정방, 송종걸, 김유진, 1998, “기설구조물의 손상도 및 내진능력 평가방법”, 전산구조공학회 논문집, 제11권 제3호, pp. 199-212
- Abdalla, M., Grigoriadis, K. and Zimmerman, D., 1998, “Enhanced Structural Damage Detection using Alternating Projection Methods”, AIAA Journal, Vol. 36, No. 7, pp. 1305-1311
- Brown, R.G. and Hwang, Patrick Y.C., 1997, Introduction to random signals and applied kalman filtering, John Wiley and Sons
- Erkki Oja and Hidemitsu Ogawa, 1986, "Parametric Projection Filter for Image and Signal Restoration", IEEE TRANSACTION ON ACOUSTICS, SPEECH, AND SIGNAL PROCESSING, Vol. ASSP-34, No. 6, pp. 1643-1653
- Hideyuki IMAI, Akira TANAKA and Masaaki MIYAKOSHI, 1997, “The Family of Parametric Projection Filters and Its Properties for Perturbation”, IEICE

- Hjela, P. and Soerio, F. J., 1990, "Structural Damage Detection Based on Static and Modal Analysis", *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 6, pp. 1110- 1115
- Hamamoto, T. and Kondo, I., 1992, "Damage Detecting of Existing Building structures Using Two-Stage System Identification", *Proceeding of the 41st Japan National Congress for Applied Mechanics*, pp. 147-157
- Hamamoto, T. and Kondo, I., 1994, " Global and local damage detection of existing structures", *Structural Safety & Reliability*, A.A.BALKEMA
- Hidemtsu, O., Erkki, O., 1986, "Projection Filter, Wiener Filter, and Karhunen-Loeve Subspaces in Digital Image Restoration", *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 114, pp. 37-51
- Kashangaki, Thomas A-L, 1991, "On-Orbit Damage Detection and Health Monitoring of Large Space Trusses-Status and Critical Issues," *Proceedings of 32nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, AIAA, Washington, DC, 1991, pp. 2947-2958(AIAA Paper 91-1181, April 1991)
- Koh, C. G., See, L. M. and Balendra T., 1995, "Damage Detection of Buildings : Numerical and Experimental Studies," *Journal of Structural Engineering*, Vol 121, No 8, ASCE, pp. 1155-1160
- Liu, P.L., 1995, "Identification and Damage Detection of Trusses using Modal Data," *Journal of Structural Engineering*, Vol 121, No. 4, ASCE, pp. 599-608
- Papadopoulos, L. and Garcia, E., 1998, "Structural Damage Identification : A Probabilistic Approach," *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 11, pp. 2137-2145
- Tae W. Lim and Tomas A. L. Kashangaki, 1994, "Structural Damage Detection of Space

Using Best Achievable Eigenvectors”, AIAA Journal, Vol. 32, No. 5, pp. 1049-1057

濱本卓司, 田野畑月人, 1996, “多層建築物の損傷層特定のために4つの損傷指標の 有効性と限界”, 構造工學論文集, Vol. 42B, pp. 321-326

濱本卓司, 近藤一平, 菅野良一, 1994, “システム同定手法による空間構造の損傷検出”, 構工學論文集, Vol. 40B, pp. 189-196,

中村正行, 田中正隆, 1994, “缺陷同定問題の動彈性逆解析への遺傳的アルゴリズムの應用”, 日本機械學會論文集(A編), Vol. 60, pp.116-122

古口日出男, 渡部 浩, 矢田敏夫, 1994, “遺傳的アルゴリズムを用いた二次元彈性 逆解析(複數圓形缺陷の同定に關する基礎的考察),日本機械學會論文集(A 編), Vol. 60, pp.121-126

遠藤龍司, 登板宣好, 川上善嗣, 塩田 壽美子, 2002, “ペラメトリック射影フィルタに基づくアルゴリズムを用いた大型浮遊式海洋建築物模型の損傷同定解析”, 日本建築學會構造係論文集, 第559号, pp. 237 - 244

片山 徹, 1983, 應用カルマンフィルタ, 朝倉書店

西山 清, 1994, パソコンで解くカルマンフィルタ, 丸善株式會社

小川英光, 1988, 信號と畫像の復元[I] (最適復元のための射影フィルタ族), 電子情報通信學會論文誌, (A), 71-7, pp. 739-748

小川英光, 1988, 信號と畫像の復元[II] (最適復元のための射影フィルタ族), 電子情報通信學會論文誌, (A), 71-7, pp. 739-748

小川英光, 1988, 信號と畫像の復元[III] (最適復元のための射影フィルタ族), 電子情報通信學會論文誌, (A), 71-7, pp. 739-748