碩士學位 請求論文

特殊相對論에서 質量·速度·에너지 關係에 對한 考察

指導敎授 朴 奎 殷

濟州大學校 敎育大學院

物 理 敎 育 專 攻

趙 永 根

1992年 8月

特殊相對論에서 質量·速度·에너지 關係에 對한 考察

指導敎授　朴　奎　殷

이 論文은 敎育學 碩士學位 論文으로 提出함.

1992年　6月　　日

濟州大學校 敎育大學院 物理敎育專攻

提出者　趙　永　根

趙永根의 敎育學 碩士學位 論文을 認准함.

1992年　7月　　日

審査委員長 康稹友

審査委員 朴奎殷

審査委員 강영봉

〈초 록〉

特殊相對論에서 質量·速度·에너지 關係에 對한 考察

趙 永 根

濟州大學校 敎育大學院 物理敎育專攻

指導敎授 朴 奎 殷

속도 υ로 운동하는 물체의 질량은

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$$

으로 표현하는 것은 잘못이다. 상대론적 운동량과 에너지는

$$\vec{P} = \gamma(\upsilon)m\vec{\upsilon}$$
$$E = \gamma(\upsilon)mc^2$$

으로 나타낼 수 있다. 그리고 m은 불변량이고 변하는 것은 $\vec{P}$와 E이다.

결론적으로 질량은

$$m^2c^2 = \frac{E^2}{c^2} - \vec{P}^2$$

으로 나타낼 수 있다. 따라서 질량은 속도와 무관하다. 즉, 질량은 불변량이고 변하는 것은 사차원벡터의 성분 $\vec{P}$와 E이다. 그리고 "질량은 속도에 따라 증가한다." 라는 잘못된 개념은 "질량은 속도에 무관하고 속도에 따라 변하는 것은 운동량과 에너지이다."라는 표현으로 수정되어야 한다.

차 례

I. 서 론

물리학에서 관측되는 속도가 느린 현상들은 특수상대론의 도움없이 뉴톤역학적으로 설명이 가능하다. 그러나 빠르게 운동하는 물체에서 나타나는 현상들은 뉴톤역학으로만 설명하기는 매우 어렵다. 하지만 물리학의 이런 모든 현상에서 관측되는 결과들은 특수상대론으로 설명이 가능하다. 따라서 매우 느린 속력으로 운동하는 물체의 물리법칙은 특수상대론에서 뉴톤역학으로 환원되고 뉴톤역학에서 운동방정식은 특수상대론의 근사식으로 귀결된다. 이러한 관계는 물체의 운동 속도에 기인하므로 물체를 특징지우는 물리량인 질량과 속도 및 에너지에 대해서 고찰해 보려고 한다.

Einstein이 특수상대성 이론을 발표한 후 지금까지 " 질량은 속도에 따라 변하는가? "라는 질문이 자주 등장한다. 이 질문에 대해 물리학에 관심이 있는 많은 사람들은 " 예 ", " 아니오 ", "글쎄 ... " 라는 여러 가지의 대답을 할 것이다. 왜냐하면 기존의 고등학교나 대학의 교과서 또는 현재 읽혀지고 있는 많은 책에서 각각 서로 다른 표현을 하고 있기 때문이다 〈부록 참조〉. 하지만 최근에 와서는 질량 변화에 대해 잘못된 표현을 바로 잡으려고 노력하는 물리학자들[1-3]은 이런 질문에 "아니다"라고 대답한다. 그들의 관점은 정지 좌표계에서 물체의 질량(즉 고유 질량 또는 정지 질량)과 υ의 속도로 움직이는 관성계에서 측정되는 상대 질량은

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$$

에 의해 증가된다는 표현은 잘못된 것이기 때문에 정지 질량(m_0)과 상대 질량(m)이라는 두 질량의 개념 대신 질량(m)이라는 용어만이 사용되어야

한다.[1-2)]

역사적으로 이 두 질량 개념은 상당히 중요한 부분을 차지해왔다. 그러나 본 논문에서는 이 두 개념을 수정해서 올바른 표현을 유도해 보려고 한다. Ⅱ장에서는 상대운동하는 두 시공간 좌표계에서 Lorentz 변환식을 알아보고 Ⅲ장에서는 상대론적 운동량과 에너지의 관계를 알아보겠다. 그리고 Ⅳ장에서는 운동하는 물체에서 에너지에 따라 증가된 총질량과 관성질량에 대해 알아보겠다. 또한 이런 것들을 이용하여 Ⅴ장에서는 여러가지 사고 실험으로 총질량의 변화에 대해서 알아보겠다. 여기서 총질량이라는 것은 물체의 질량(정지 질량 또는 고유 질량)과 물체를 구성하고 있는 입자들이 갖고 있는 에너지 형태의 질량의 합이다. 그리고 마지막으로 Ⅵ장에서 결론을 맺겠다.

Ⅱ. Lorentz 변환.

물체가 운동하고 있다는 표현은 그 물체의 속도를 측정할 수 있는 어떤 기준계의 존재를 암시하고 있다. 하지만 모든 관측자에 대하여 물체의 운동을 관측할 수 있는 절대적인 기준계를 지정할 방법이 없다. 다시 말해서 위치가 변하는 물체를 관측할 때 물체가 움직이는지 우리가 움직이는지 알 수 있는 절대적인 기준 좌표계가 없다는 것이다. 이러한 절대적 기준계가 존재하지 않음으로 인하여 생기는 물리학적 결과를 찾는 방법으로서 특수상대성 이론은 다음의 두 가지 가정으로부터 출발한다.

첫째 가정 : " 물리학의 법칙은 서로 등속도로 운동하는 모든 기준계에 대해서 동일한 방정식으로 표현할 수 있다." 즉 어떤 물리 법칙이 든지 한 좌표계에서 성립하면 이 좌표계에 대하여 등속도로 움직이는 다른 좌표계에서도 그 물리 법칙이 성립하는 좌표계가 존재하며 이들 기준계들은 절대적인 기준계가 존재하지 않으므로 서로 구별이 불가능하다.

둘째 가정 : " 진공 중에서의 빛의 속력은 광원과 관측자의 어떤 상대 운동에도 관계없이 일정하다." 이 가설은 실험적 사실이다. Michelson-Morley의 간섭실험[4] 장치는 광원에서 두 개의 광선을 발사하여 서로 직각 방향으로 진행하게 한 뒤 거울에 반사되어 돌아오는 광선이 간섭무늬를 만들게 한 장치다. 이 실험에서 간섭무늬는 나타나지 않는다. 따라서 광속은 일정하다고 확인되었다. 예를 들어 광속의 반인 $v = 0.5c$ 의 속도로 운동하는 로켓트에서 빛을 발사했을 때 광속은 Newton의 상대운동에서 합속도의 개념처럼 $0.5c + c = 1.5c$ 가 되지 않는다.

정지상태에 있는 관성계 S와 S계에 대해서 v 의 속도를 갖고 $(+x)$방향으로 운동하는 관성계 S'가 있을 때 관성계 S에서의 운동량 성분과 에너지를 알면 S'계에서의 운동량 성분과 총에너지를 계산할 수 있다. 그

림.1은 S계와 S′계 사이의 변환식을 유도할 수 있는 운동량-에너지 4차원 공간이다. 그리고 그림.1에서는 네개의 좌표축에서 P_z축은 생략했다.

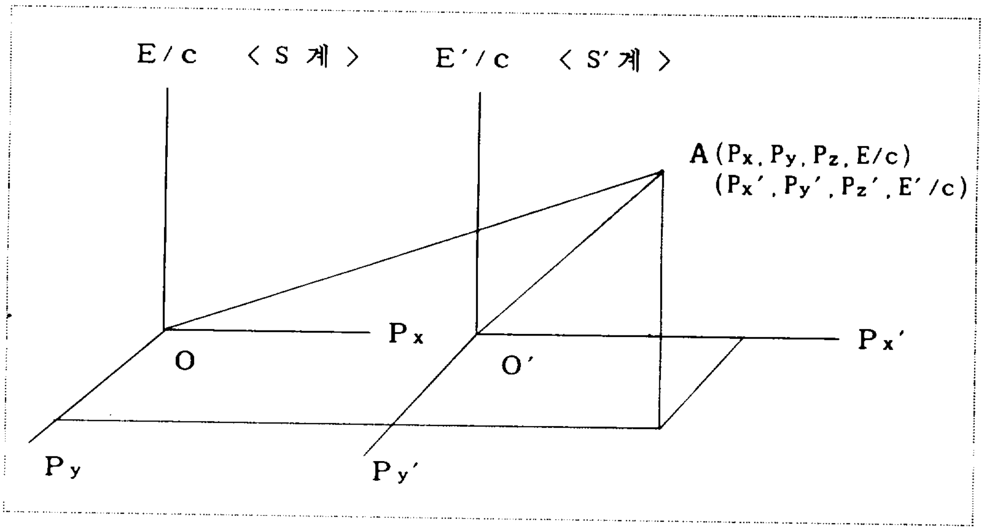

그림.1 정지상태의 S 계와 S 에대해서 υ의 속도로 운동하는 S′계

그림.1과 같은 ($\vec{P}$, E／c) 4차원 공간에서 S′계의 운동량의 x성분 P_x'와 네번째 성분 E′／c 는 1차 변환임을 가정하고, 상대운동은 x방향에만 있다. 여기서 좌표변환 행렬을 이용하면

$$\begin{bmatrix} P_x' \\ P_y' \\ P_z' \\ E'/c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ E/c \end{bmatrix} \tag{1}$$

이 된다.[5] 여기서 $\beta = \upsilon / c$ 이고 $\gamma = (1 - \beta^2)^{1/2}$ 이다. 어떤 좌표계에서 하나의 물리적 현상이 일어났을 때 이 현상이 다른 좌표계에서도 하나의 같은 현상으로 보이려면 1차변환으로 변화하여야 한다. 만일 2차변

환을 사용하면 다른 좌표계에서는 한 개 이상의 물리적 현상이 된다.[5)]
따라서

$$P_x' = \gamma P_x - \beta\gamma (E/c) \tag{2.a}$$

$$P_y' = P_y \tag{2.b}$$

$$P_z' = P_z \tag{2.c}$$

$$E'/c = -\beta\gamma P_x + \gamma (E/c)$$

$$= \frac{-(\upsilon/c) P_x + (E/c)}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} \tag{2.d}$$

이 된다. (2.d)식에서 S′계에서의 총에너지 E′는 S계에서의 총에너지 E와 두 관성계간의 상대속도 υ, 그리고 운동량의 x성분 P_x에 관련된다는 것을 알 수 있다.

Ⅲ. 상대론적 운동량과 에너지.

입자의 속도가 광속에 비해 아주 작은 경우 ($\upsilon \ll c$) 에 상대론적 운동법칙은 Newton의 운동법칙으로 환원되어야 한다. 즉,

$$\lim_{\upsilon/c \to 0} \vec{P} = \lim_{\gamma \to 1} \vec{P} = m\vec{\upsilon} \tag{3}$$

이므로 상대론적 운동량은

$$\vec{P} = \gamma m \vec{\upsilon}, \quad \gamma = \gamma(\upsilon) \tag{4}$$

로 다시 정의되어야 한다.[4] 여기서 m은 물체의 질량이고 γ는 속도에 따라 변하는 υ 의 함수 형태이다. 또한 운동량은 뉴톤역학에서처럼 질량과 속도를 곱한 어떤 물리량($\vec{P}_N = m\vec{\upsilon}$)이 아니라 운동량은 속도의 함수인 γ와 질량 m, 속도 υ의 곱으로 나타낸다. 여기서

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}} \tag{5}$$

이므로 (4)식에 의해 상대론적 운동량은

$$\vec{P} = \frac{m\vec{\upsilon}}{\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}} \tag{6}$$

으로 표현되며 뉴톤역학적 운동량 $\vec{P}_N = m\vec{\upsilon}$ 보다 같거나 크다. 하지만 그림.2처럼 운동량의 차이는 υ가 c에 가까와 질때만 매우 크게 나타나고 그렇지 않을 때는 무시할 정도로 작게 나타난다. 뉴톤역학적인 운동량은 속도 υ에 따라 무한정 커질 수 있다. 그러나 상대론적 운동량은 입자의 속력이 광속에 가까와 질때 무한히 커지고, 광속을 넘어서면 운동량이 허수가 되어 물리적으로 의미가 없어진다.[7]

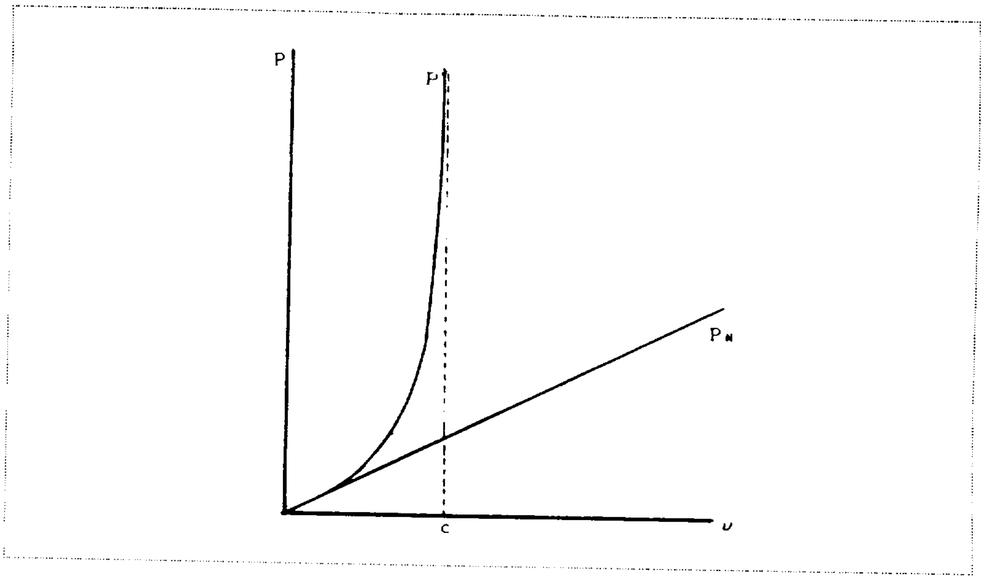

그림.2 입자의 속력과 운동량과의 관계

(P : 상대론적 운동량, P_N : 뉴톤역학적 운동량)

상대론적 운동에너지는 뉴톤역학에서와 마찬가지로 한 입자에 힘 F를 주어 그 입자를 정지 상태에서 최종속력 υ로 만드는데 필요한 일이다.[7] 그러므로

$$E_k = \int_0^s F\, ds = \int_0^s \frac{d}{dt}(\gamma m \upsilon)\, ds$$
$$= m\int_0^t \frac{d}{dt}(\gamma \upsilon)\, \upsilon\, dt$$
$$= m\int_0^{\upsilon} (\upsilon^2\, d\gamma + \gamma\upsilon\, d\upsilon) \qquad (7)$$

이다. 여기에서 (5)식을 변형시키면

$$\upsilon^2 / c^2 = 1 - (1/\gamma^2) \qquad (8)$$

되고, 다시 미분하면

$$\gamma\upsilon\, d\upsilon = (c^2/\gamma^2)\, d\gamma \qquad (9)$$

이 된다. (8)식과 (9)식에서 $\gamma\upsilon\, d\upsilon = (c^2 - \upsilon^2)\, d\gamma$ 이다. 이것을

(8)식에 대입시키면

$$E_k = mc^2\int_1^{\gamma} d\gamma = (\gamma - 1)\, mc^2 \tag{10}$$

이 된다. 따라서 상대론적 운동에너지는 뉴톤역학적인 운동에너지$(E_k)_N = \frac{1}{2}mv^2$와 현저하게 다른 것을 알 수 있다. 즉 뉴톤역학적 운동에너지는 v^2에 비례하고 상대론적 운동에너지는 $(\gamma-1)$에 비례한다. 그러므로 그림.3과 같이 뉴톤역학적 에너지는 계속 증가하는 속도v에 따라 v^2의 함수로 나타나고 상대론적 운동에너지는 $(\gamma - 1)$에 따라 나타나므로 광속 $\dot{c}$에서 ∞의 값을 갖는다. 즉, 속력이 광속에 가까와 지는 경우($v \cong c$)에 운동에너지가 ∞ 의 값을 갖는다는 것은 어떤 임의의 물체도 광속으로 가속시킬 수 없음을 의미한다.

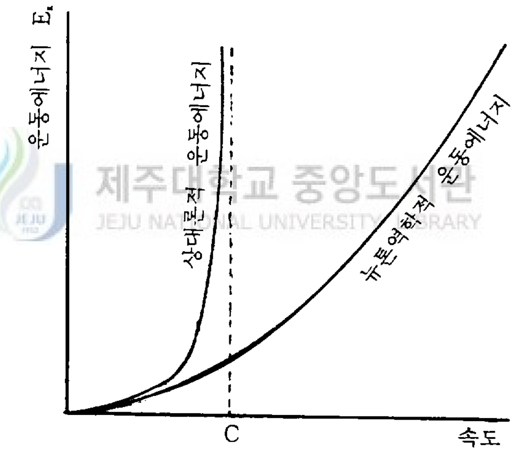

그림.3 속도에 따른 운동에너지

또한 (5)식을 (10)식에 대입시키면

$$E_k = \frac{\gamma^2}{\gamma + 1}\, mv^2 \tag{11}$$

이 된다. 이 (11)식은 속력이 광속에 비해 작은 경우($\upsilon \ll c$)에는 $\gamma = 1$ 이므로 $(E_k)_N = \frac{1}{2} m \upsilon^2$ 이 되어서 뉴톤역학적인 식과 같아진다. 한편 속도가 광속에 가까와 지는 경우($\upsilon \cong c$)에는 $\gamma = \infty$ (즉, $\gamma \gg 1$) 이므로 (11)식은

$$\lim_{\upsilon / c \to 1} E_k = \lim_{\gamma \to \infty} (\gamma - 1) mc^2 = \gamma mc^2 = E \qquad (12)$$

이 된다. 여기서 E는 물체의 총에너지이다. 따라서 이 영역에서 퍼텐셜에너지가 영이라고 하면 운동에너지 E_k가 총에너지에 접근한다. (12)식에서 물체의 질량 m과 광속 c가 일정하므로 물체의 총에너지는 γ의 값에 따라서 변한다. 여기서 총에너지라는 것은 운동에너지와 물체의 정지에너지를 합한 것이다.

또한 우리는 속도에 따라 질량과 에너지의 변화를 논하고 있으므로 운동에너지 이외의 모든 역학적 에너지를 무시한다면 (10)식은

$$E_k = (\gamma - 1) mc^2 = \gamma E_o - E_o \qquad (13)$$

$$E = E_k + E_o = \gamma E_o = \gamma mc^2 \qquad (14)$$

이다. 여기서 E_o는 정지하고 있는 물체의 정지에너지이다. 뉴톤역학에서는 질량과 에너지를 완전히 별개의 물리량으로 다루는 반면에 (14)식은 질량과 에너지에 대하여 질량과 에너지는 등가라는 뜻을 내포하고 있다.[7] 또한 $\upsilon = 0$ 에서는 $\gamma = 1$ 이므로 정지하고 있는 입자에 대한 정지 에너지에 관한 식 $E_o = mc^2$ 은 당연한 결과로 보아진다. 이 식은 질량을 갖는 물체는 에너지를 갖고 있으며 에너지를 갖는 물체는 질량을 갖고 있다고 할 수 있다. 물론 광자의 경우는 질량이 없으므로 예외이다. 뉴톤역학에서 다루는 질량보존법칙과 에너지보존법칙은 상대론적 물리 법칙에서는

질량-에너지 보존법칙 하나를 뜻한다. 그리고 (4)식를 제곱하고 c^2을 곱하면

$$P^2c^2 = \gamma^2 m^2 c^2 \upsilon^2 = \gamma^2 (mc^2)(\upsilon / c)^2 \tag{15}$$

이되고 (8)식을 이용하면

$$P^2c^2 = \gamma^2 E_o^2 - E_o^2$$

$$E^2 = E_o^2 + (Pc)^2 \tag{16}$$

이 된다. 그러므로 (16)식에 따라 입자의 상대론적 에너지 E와 상대론적 운동량 P의 관계를 그림.4에서 처럼 나타낼 수 있다. 그리고 뉴톤역학적 에너지 $(E_k)_N = \frac{1}{2} m \upsilon^2 = P^2 / 2m$ 는 그림.4에서 보는 것과 같이 운동량이 커질수록 많은 차이가 있다. 즉 운동량 또는 에너지가 매우 클 때 뉴톤역학적인 값과 상대론적인 값이 크게 다르게 나타나는 것을 볼 수 있다. (16)식은 1차원 운동에 대해 유도된 식이지만 어떠한 운동에 대해서도 성립된다.

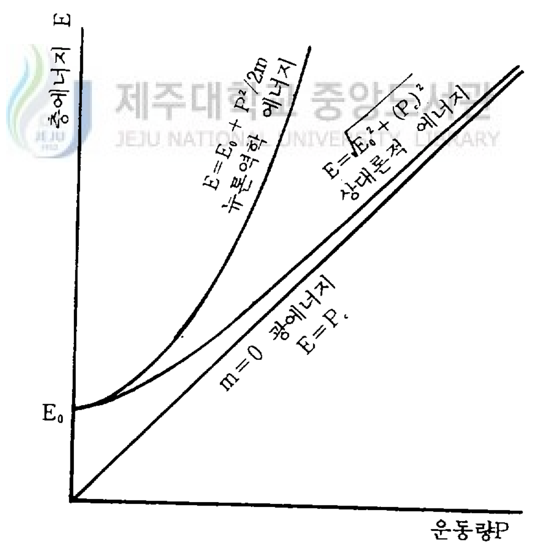

그림.4 상대론적 에너지와 상대론적 운동량의 관계

3차원 공간에서 P는 P_x, P_y, P_z를 갖는데 $P_x^2+P_y^2+P_z^2=(E/c)^2$ 이다. 따라서 (16)식을 다시 쓰면

$$\left(\frac{E_o}{c}\right)^2 = \left(\frac{E}{c}\right)^2 - \vec{P}^2$$

$$= \left(\frac{E}{c}\right) - (P_x^2+P_y^2+P_z^2) \qquad (17)$$

이다. 여기서 $(E_o/c)^2=mc^2$ 이므로 (17)식의 좌변은 질량에만 의존한다. 따라서 한 입자의 질량 m와 정지에너지 E_o는 항상 운동량과 에너지를 측정한 관성계에 상관없이 불변이다.[3] 또한 그림.5와 같이 z축을 생략한 시공간 좌표계에서

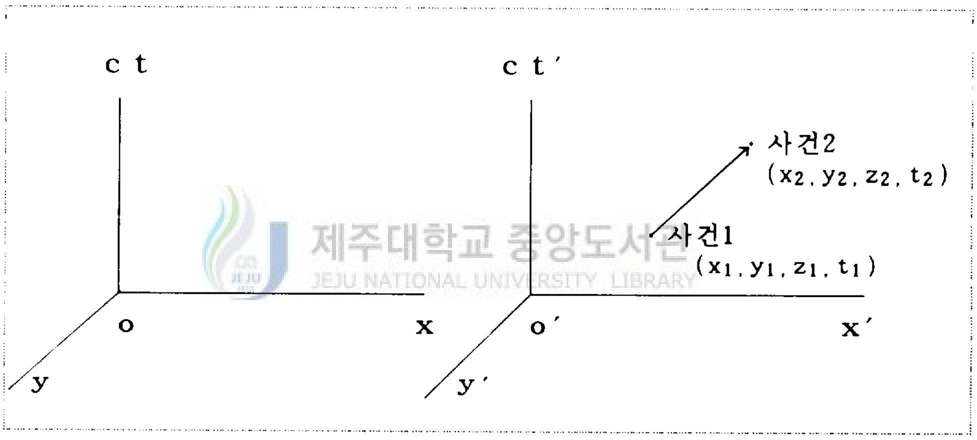

그림.5 시공간 좌표계

시공간 구간은 일정한 양이며 모든 관성계에 대하여 Δs는 불변량이다.[3] 즉,

$$\Delta s = [c^2(\Delta t)^2 - \{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2\}]^{1/2}$$

$$= [c^2(\Delta t')^2 - \{(\Delta x')^2 + (\Delta y')^2 + (\Delta z')^2\}]^{1/2} \qquad (18)$$

이다. 그러므로 $(E_o/c)^2$ 을 좌변에 갖는 식(17)은 식(18)와 같이 한

사건의 시공간 좌표가 시공간 구간의 불변량에 관련되어 있는 것과 똑같은 모양으로 한 불변량에 관계되어 진다.

상대론적 운동에서 한 사건의 공간 좌표 3개와 시간 좌표 1개를 4차원 시공간 구간의 성분들로서 취급하는데 운동량의 3개 성분과 에너지를 운동량-에너지 4차원 벡터 ($\vec{P}$, E／c) 로 취급한다. 관성계 S에서 4-벡터의 성분은 운동량의 x, y, z축 성분인 iP_x, iP_y, iP_z 와 관성계에서 측정한 총에너지 E에대한 (E／c) 이다. 여기서 $i=\sqrt{-1}$ 이다. 4-벡터의 4개의 성분을 제곱하여 더한 결과는 어떠한 관성계에서도 $(E_0/c)^2$의 불변량을 갖는 것이다.[7] 즉,

$$
\begin{aligned}
(\text{운동량}-\text{에너지})\ \text{불변량} &= \left(\frac{E_0}{c}\right)^2 \\
&= \left(\frac{E}{c}\right)^2 - (P_x^2 + P_y^2 + P_z^2) \\
&= \left(\frac{E'}{c}\right)^2 - (P_x'^2 + P_y'^2 + P_z'^2) \qquad (19)
\end{aligned}
$$

Ⅳ. 상대적 질량과 관성 질량

뉴톤역학에서는 어떤 물체에 크기가 알려진 힘 F를 작용시킬 때 생기는 가속도 a를 측정함으로서 물체의 질량을 결정할 수 있다.

$$M = \frac{|\vec{F}|}{|\vec{a}|} \tag{20}$$

(20)식에 의하여 결정된 질량을 관성 질량이라고 한다. 즉, 관성 질량이라는 것은 물체에 일정한 힘을 작용시킬 때 가속도에 대한 저항의 척도가 되는 성질을 말한다. 따라서 모든 관성계에서는 물체가 어떤 속도로 움직이더라도 가속도가 영이다. 그러므로 관성 질량은 관성계에 영향을 받지 않는다. 사실 물체에 대해서 정의된 관성 질량은 정지된 관성계에서의 질량이라고 볼 수 있다. 한 물체에 힘이 가해져서 가속된다고 하자. 그리고 운동량과 힘의 관계식

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F} \tag{21}$$

에 (4)식 $\vec{P} = \gamma m \vec{v}$를 대입시키면 $\vec{a} = d\vec{v}/dt$로 주어지는 $\vec{a}$ 와 힘 $\vec{F}$의 관계식은

$$\vec{a} = \frac{\vec{F} - (\vec{F} \cdot \vec{\beta})\,\vec{\beta}}{\gamma m} \tag{22}$$

이다.[7] 뉴톤역학과 달리 일반적인 경우에 있어서 힘과 가속도는 평행하지 않는다. 따라서 속도 $\vec{v}$의 성분을 가지고 있는 가속도 $\vec{a}$는 스칼라량인 질량 m을 비례상수로 취하는 $\vec{a} = \vec{F}/m$ 식을 더이상 고집할 수 만은 없다.

힘 $\vec{F}$와 운동 속도 $\vec{v}$가 수직일 때의 질량을 가로질량(transvers mass:

m_t), 평행일 때의 질량을 세로질량(longitudinal mass : m_l)이라 한다. 가로질량을 도입했을 때 가속도와 가로질량은 (22)식에서

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{\gamma m} \quad , \quad m_t = \gamma m \tag{23}$$

이다. 또한 세로 질량을 도입했을 때 가속도와 세로질량은 (22)식에서

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{\gamma^3 m} \quad , \quad m_l = \gamma^3 m \tag{24}$$

이 된다. 하지만 m_t와 m_l은 단위 가속도당 가해지는 힘으로서 질량의 정의를 회복시킬 수 있을것 처럼 보인다. 하지만 이런 질량들은 일반적인 경우가 되지 못한다. 또한 일반적인 모든 상태에 대하여 서로 다른 질량을 정의하는데 불편함이 따른다.

아인쉬타인은 관성 질량과 저항의 증가를 연관시키지 않았다. 즉, 속도 υ로 움직이는 물체는 정지상태에서 같은 물체보다 속도에 대해 더 큰 저항력을 갖는 것처럼 보일 뿐이라고 했다. 따라서 운동하는 물체의 속도에 따른 저항의 증가는 잘못된 생각이다. 이것은 시간의 연장으로 설명된다.[9] 정지좌표계 $S(\vec{r}, t)$와 S계에 대하여 속력 υ로 움직이는 $S'(\vec{r}', t')$계의 4차원 공간에서 두 사건에 대한 시간차는

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \upsilon^2 / c^2}} \tag{25}$$

에 의해 기술된다.[10] 따라서 같은 힘을 정지된 물체와 속도 υ 로 움직이는 물체에 작용시켰을 때 운동하는 물체의 경우에서 가속을 위한 시간이 길어진다. 이런 시간 지연 현상때문에 운동하는 물체는 큰 속도에서 큰 저항을 갖는 것처럼 보이는 것이다. 즉 어떤 물체를 가속시키는데 있어서

천천히 움직이는 물체보다 빠르게 운동하는 물체에서 더 많은 에너지가 필요하다. 이러한 예로는 cyclotron에서 일정한 에너지를 주었을 때 입자가 처음 저속도일 때는 가속이 되다가 고속에서 더 이상 가속이 되지 않는 현상에서 볼 수 있다.[11] 이 현상에 대해서 기존에는 빠르게 운동하는 물체는 속도에 따라 질량이 증가됨으로서 증가된 질량을 가속시키는 데는 더 많은 에너지가 필요로 한다고 설명하고 있다. 그러나 이것은 잘못된 설명이다. 예를 들어 그림.6과 같이 어떤 물체를 속도 0 에서 10 으로 가속되는 경우와 속도 100 에서 110 으로 가속되는 경우에

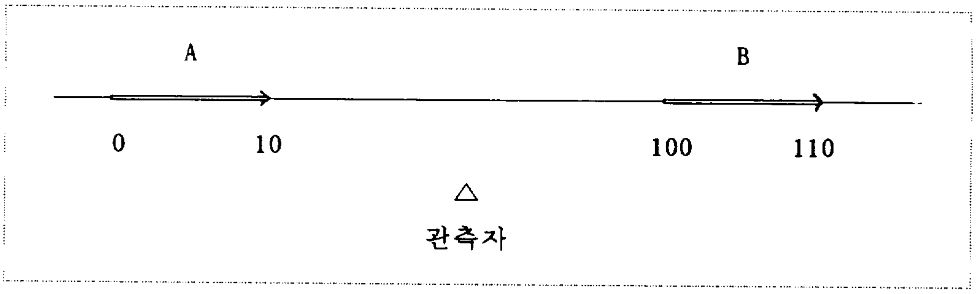

그림.6 저속인 계와 고속인 계에서의 운동

똑같은 속도차로 가속시킬 때 B의 경우가 더 많은 에너지를 필요로 한다. 왜냐 하면 관성계 A 와 관성계 B 에서 똑같이 Δt 가 지났다고 했을때 관측자가 본 시간은

$$\Delta t_A = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \upsilon_A{}^2 / c^2}} \tag{26}$$

$$\Delta t_B = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \upsilon_B{}^2 / c^2}} \tag{27}$$

이고 $\upsilon_A < \upsilon_B$ 이므로 $\Delta t_A < \Delta t_B$ 이다. 그러므로 관측자의 입장에서는

같은 일을 A의 경우 보다 B 의 경우에 오랜 시간 동안 해주어야만 하기 때문이다. 따라서 빠른 입자를 가속시키는데 더 많은 에너지가 필요한 이유는 관성력 또는 관성 질량이 증가된 것이 아니라 시간의 연장 때문이다.

하지만 운동하는 물체의 구성입자에 의해 얻어진 운동에너지는 구성입자 자신의 질량은 증가시키지는 못하지만 구성체 전체적인 질량을 증가시키는 것은 사실이다. 따라서 물체의 전체적인 질량 증가는 구성입자들이 속도에 따라 증가된 상대 질량을 갖는 것이 아니라 물체의 구성입자의 에너지

$$E_k = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \upsilon^2 / c^2}} \tag{28}$$

에 기인된다.

V. 여러 가지 사고 실험

지금까지 운동하는 물체의 질량은 속도에 따라서 증가하지 않는다는 것을 봤다. 즉 어떤 물체가 운동 속도의 증가에 따라 질량이 증가하는 것처럼 보이는 것은 그 물체 내부의 구성 입자가 갖고 있는 운동에너지가 증가된 것이라고 볼 수 있다. 그러면 이러한 내용을 포함하는 몇 가지 사고 실험을 하여 보겠다.

첫째 실험에서는 정지하고 있는 물체가 복사에너지를 방출했을 때 구성체의 질량 변화에 대해 알아 보겠다. 구성체의 질량이 변한다면 질량은 속도에 무관하고 복사에너지에 관계된다고 볼 수 있을 것이다. 두번째 실험에서는 질량이 없는 광자가 이동함에 따라서 에너지가 이동되고 에너지의 이동에 따라 결국 질량 중심이 이동되는 결과를 보게 될 것이다. 그러므로 에너지를 갖는 광자는 질량을 운반하는 것과 같은 효과를 나타낼 것이다. 세번째 실험에서는 여러 개의 단위 입자로 구성된 물체와 하나의 단위 입자에 에너지를 주었을 때 나타나는 현상을 추론해 보겠고, 네번째 실험에서는 질량이 없고 광속 c로 운동하는 광자가 태양 근처를 지날때 진로가 휘는 현상에 대해 알아 보겠다.

〈실험 1〉 정지한 물체의 질량 변화

S기준계에 대하여 v의 속도로 ($+x$)방향으로 운동하는 S′계를 생각하자. 양자론적인 관점에서 볼 때 빛의 펄스의 에너지는 각각의 에너지가 $h\nu$(S계에서 보는 경우)인 광자 개수의 배로 구성되어 있다고 볼 수 있다. 여기서 h는 Planck상수이고 ν는 진동수 이다. S′계에서 볼때 광자들의 수는 변하지 않게 되나 광자의 에너지는 $h\nu'$로 된다. h값이 S계나 S′계

에서 일정하다고 보면 Doppler 관계식[7]

$$\nu' = \nu\left[\frac{1-\upsilon/c}{1+\upsilon/c}\right]^{1/2} \qquad (29)$$

에서

$$h\nu' = h\nu\left[\frac{1-\beta}{1+\beta}\right]^{1/2} \qquad \beta = \frac{\upsilon}{c} \qquad (30)$$

로 S'계에서 펄스의 에너지를 나타낼 수 있다. (30)식은 (2)식과도 유사하다.

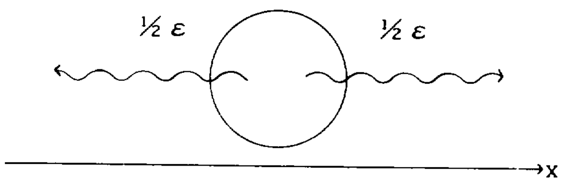

그림.7 광파(복사파)를 방출하는 물체

그림.7에서 보는 것과 같이 물체가 (+x)방향으로 ½ε의 에너지를 가진 빛의 펄스를 방출하고 (−x)방향으로도 ½ε 를 갖는 같은 펄스를 방출한다고 가정한다. 그리고 S계에서 정지 에너지는 E_o. S'계에서 정지 에너지는 E_o'라고 한다. 또한 이 물체는 S계에서 정지상태로 있다. 그러면 두 개의 펄스를 방출한 후에 S계와 S'계에서 본 물체의 에너지를 각각 E_1, E_1'라고 하고 위치에너지를 무시하면 에너지 보존 법칙에 따라서

$$E_o = E_1 + \tfrac{1}{2}\varepsilon + \tfrac{1}{2}\varepsilon \qquad (31)$$

$$E_o' = E_1' + \frac{1}{2}\varepsilon\left[\frac{1-\beta}{1+\beta}\right]^{1/2} + \frac{1}{2}\varepsilon\left[\frac{1+\beta}{1-\beta}\right]^{1/2}$$

$$= E_1' + \frac{\varepsilon}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (32)$$

이 되고 (32)식에서 (31)식을 빼서 정리하면

$$(E_0' - E_0) - (E_1' - E_1) = \varepsilon(\gamma - 1) \qquad (33)$$

이다. 그런데 처음에 물체가 S계에서 정지 상태에 있었기 때문에 $E_0' - E_0$는 S' 계에서 보았을 때 초기의 운동에너지 $(E_K)_0$이어야 한다. 또한 $E_1' - E_1$은 S' 계에서 보았을 때의 최종의 운동에너지 $(E_K)_1$이어야 한다. 따라서 (33)식은

$$(E_K)_0 - (E_K)_1 = \varepsilon(\gamma - 1) \qquad (34)$$

이 된다. 따라서 광파의 방출로 인하여 운동에너지가 감소함을 알 수 있다. 감소량은 물체의 성질과 무관하고 속도가 광속에 비해 작은 경우($\beta \ll 1$)에 (34)식을 급수전개하면

$$\Delta E_k \doteqdot \frac{1}{2}\varepsilon\beta^2 = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon}{c^2}\upsilon^2 \qquad (35)$$

이므로 $\Delta M = \varepsilon / c^2$ 이다. 즉 S' 계에서의 운동에너지의 변화가 S계에서의 질량변화로 나타난다. 따라서 에너지와 질량은 등가이다. 그러므로 복사의 형태로 물체가 에너지 ε를 방출할 경우에 그 물체의 질량이 ε / c^2 만큼 감소한다. 따라서 물체가 정지상태에 있어도 물체의 질량이 감소한 것은 그 물체를 구성하고 있는 입자들의 질량이 줄어든 것이 아니라 단위 입자들의 갖고 있던 에너지가 감소한 것이라고 할 수 있다. 그러므로 물체의 질량 감소는 물체의 속도와는 무관하다고 볼 수 있고 감소된 에너지와 연관지을 수 있다. 만일 에너지가 ε 만큼 달라지면 질량은 $\varepsilon / 9 \times 10^{16}$ 만큼 달라진다. 또한 에너지는 joule로, 질량은 kg으로서 측정된다.

<실험 2> 광자에 의한 질량의 이동

그림.8과 같이 하나의 밀폐된 관(tube)에서 주위와 상호작용이 없는 고립계의 질량 중심은 그 계의 내부에서 일어나는 어떠한 물리과정만으로는 변하지 않는다는 기본 개념[7])을 이용하자.

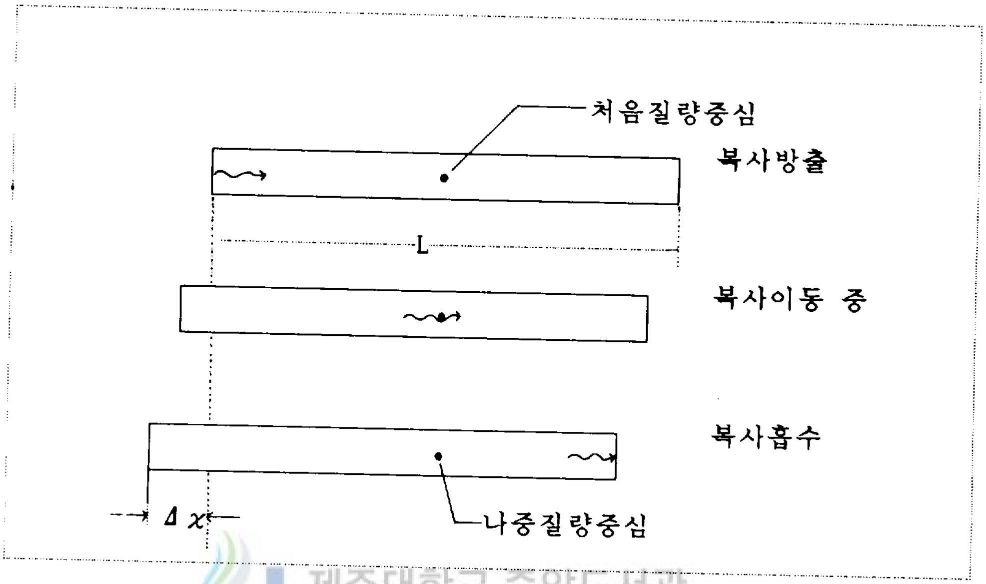

그림.8 tube(관)와 광자의 상대운동

관의 왼쪽 벽에서 전자기 복사선이 발사되어 관의 길이 L를 따라 이동하고 오른쪽벽에서 흡수된다고 하면 복사선은 에너지 E와 운동량을 운반한다. 또한 방사된 복사 광선에 의해 가상의 흡수체와 방사체에 가해진 압력은 복사 광선의 에너지 밀도와 같다. 즉 단위체적당 단위에너지 에서 복사된 에너지 밀도($\rho_{(E)}$)는 단위면적당 힘에서 완전한 방사체와 흡수체에 가해진 압력 (F／A) 는 같다.[12])

$$\rho_{(E)} = F / A \tag{36}$$

또한 관의 길이 L보다 매우 짧은 복사된 펄스의 길이 ℓ 은 빛의 속력과 복

사압의 작용 시간(t)의 곱으로 기술된다. 그러므로 복사에너지 펄스에 의해 차지되는 체적 V_{plus}는 방출되는 표면의 면적과 빛의 속력, 그리고 복사압의 작용시간 t의 곱으로 나타난다.

$$V_{plus} = A \cdot c \cdot t \tag{37}$$

(36)식과 (37)식을 곱하면

$$E = F \cdot c \cdot t = P \cdot c \tag{38}$$

이다. 여기서 E는 복사에 의해 운반된 에너지, F는 벽이 복사에 의해 받는 힘, 그리고 P는 복사에 의해 이동된 운동량이다. 그런데 복사선이 운동량과 에너지를 오른쪽으로 이동시키는 동안에 관은 운동량과 에너지를 왼쪽으로 이동시킨다. 관과 복사선이 합해진 질량 중심은 움직일 수 없으므로 복사선은 에너지 뿐만 아니라 질량도 오른쪽으로 운반해야만 한다. 이때 운반되는 질량의 크기를 알아보자. 복사선이 이동되는 동안 관의 운동량은 복사선의 운동량 P와 크기는 같고 방향은 반대이다. 그리고 관이 매우 느린 속도로 움직이므로 뉴톤역학적인 운동량 $M\upsilon$로 쓸 수 있다.

$$M\upsilon \doteq -P = -E/c \tag{39}$$

따라서 관의 속도는

$$\upsilon = -E/Mc \tag{40}$$

이다. 또한 광자의 이동시간은 $t = L/c$ 이므로 관의 이동거리 Δx는

$$\Delta x = \upsilon t = -\frac{EL}{Mc^2} \tag{41}$$

만큼 이동한다. 만약에 복사선이 질량이 없이 이동되고 관만 질량을 갖는 물체라면 변위 Δx는 계의 질량 중심이 왼쪽으로 이동한 결과라고 볼 수 있을 것이다. 하지만 고립계에서는 질량 중심이 이동하지 않는 것을 고려한다. 따라서 계의 질량부분이 상쇄되는 어떠한 것이 있을 것이라고 추측

된다. 즉 관이 왼쪽으로 이동하는 동안 복사선은 에너지를 오른쪽으로 이동시켰으므로 질량과 에너지 등가에 의해서 약간의 질량 ΔM을 오른쪽으로 이동시킨 결과와 같을 것이다. 그러면 계의 질량 중심은 이동하지 않을 것이 분명하다. 복사선의 이동거리는 평균시간동안 관이 왼쪽으로 움직였기 때문에 $L - \Delta x$ 이다. 그러나 Δx는 E / Mc^2의 비(ratio)로 L 보다 작다. 이 비율은 관의 질량 M을 충분히 크게 함으로서 복사에너지 E의 이동이 어떻게 주어지든 아주 작게 만들 수 있다. 따라서 복사선의 이동거리는 L과 같다고 할 수 있다. 따라서 질량 중심이 움직이지 않을 조건은

$$M \cdot \Delta x + \Delta M \cdot L = 0 \qquad (42)$$

이 된다. (42)식과(41)식에서 결국

$$\Delta M = \frac{E}{c^2} \qquad (43)$$

이 된다. 따라서 복사선이 방출되고 이동되는 과정과 에너지 E의 관측에서 결국 복사선은 질량 ΔM을 왼쪽에서 오른쪽으로 이동시키는 것과 같다는 결론을 내릴 수 있다.

또한 관의 왼쪽으로부터 나온 에너지는 처음에 열에너지로 존재한다고 가정하면 이 열에너지는 최저의 열에너지 상태로 부터 보다 높은 에너지 상태로 벽 표면의 원자를 여기시킨다. 그러면 높은 에너지 상태의 원자는 낮은 에너지 상태로 변화하면서 여분의 에너지를 복사선의 형태로 방출한다. 이 복사선은 관을 통과하여 다른 벽에서 열에너지로 변화된다. 즉, 빛이 방출되고 흡수되는 효과는 관의 한쪽 끝에서 다른 끝으로의 열에너지의 이동이라고 할 수 있다. 따라서 (43)식에서 처럼 열에너지가 위치를 바꿀 때 질량이 이동한다고 할 수 있다. 그러면 열에너지는 여러가지 형태의 에너지로 변화되어서 관의 끝에 저장된다. 또한 다른 모든 형태의

에너지와 마찬가지로 이러한 형태의 열에너지의 이동은 $\Delta M = E/c^2$에서 질량의 이동과 같다. 즉 질량이 복사에너지와 같다는 것은 질량이 열에너지를 포함한 여러 형태의 에너지와 같다는 것을 의미한다.

위의 결론을 유도함에 있어서 우리는 관의 측면은 무시하고 양쪽 벽만을 갖는 완전한 강체로 가정하였다. 즉, 관은 복사선이 방출될 때 즉시 움직이고 복사가 흡수되면 즉시 정지한다는 것이다. 그러나 실제로 이와 같은 조건을 만족시키는 강체는 없다. 빛의 속도로 전파되는 복사선은 관이 움직이기도 전에 오른쪽 끝에 도달할 것이다. 그러나 관 내부에서 탄성파를 생각하고 이 탄성파의 속도를 유한한 크기로 취급하면 $\Delta M = E/c^2$을 얻을 수 있다.

복사선의 펄스가 질량을 이동시킨다는 것이 과연 가능성이 있을까? 광자가 정지상태에서 질량이 영이라는 것은 이미 알고 있는 사실이다. 즉,

$$(\text{질량}) = E^2 - (Pc)^2 = 0 \tag{44}$$

또한 광자는 복사 펄스의 실체이다. 따라서 복사선의 질량은 반드시 무시된다. 펄스의 질량이 영이고 에너지 E의 복사가 질량을 한 곳에서 다른 곳으로 이동시킨다는 것의 관계를 알아보자. 운동량-에너지 4-벡터의 네번째 성분인 에너지와 4-벡터의 크기인 질량 두 개념사이에 혼란이 있을 수 있다. 복사선은 오른쪽으로 가고 관은 왼쪽으로 후퇴하는 계가 두 부분으로 나누어 질 때 복사와 관의 4-벡테의 크기(크기=질량)는 더해지는 것이 아니다. 따라서 계의 질량은 영인 복사의 질량과 계의 질량보다 작은 후퇴하는 관의 질량의 합과 같지 않는다. 하지만 4-벡터의 성분들은 더할 수 있다. 예를 들어 (계의 에너지) = (복사 에너지) + (후퇴하는 관의 에너지)로 나타낼 수 있다. 그러므로 관의 에너지는 $Mc^2 - E$ 라고 볼 수 있다. 그림.9에서 보듯이 4-벡터의 길이가 짧아진 것 처럼 관의 에너지는 복사선의 방사에 의해 줄어들고 따라서 전체 질량은 줄어든다. 그러므로

이 복사선이 비록 질량을 영를 갖는다고 하지만 관의 벽으로부터 질량을 이동시킨 결과를 나타낸다.

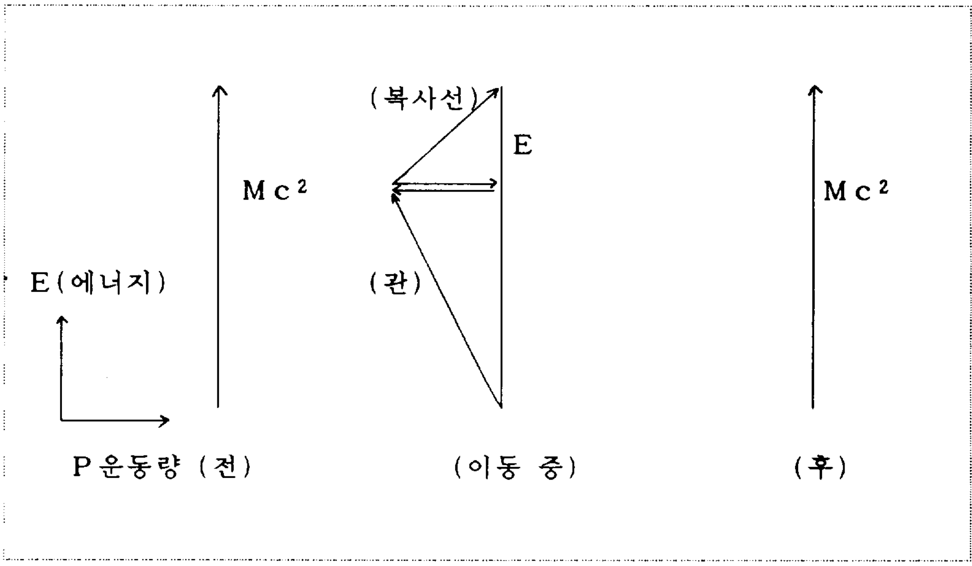

그림.9 복사선의 질량 이동

<실험.3> 복사에너지 흡수에 의한 질량 변화

<실험.1>과 반대 현상을 생각해 보자. 그림.10 처럼 N개의 단위 입자로 구성된 어떤 물체가 빛의 펄스를 받는다고 할 때 <실험1>의 결과와 같이 구성체의 질량은

$$\Delta M = E / c^2 \tag{45}$$

만큼 증가한다고 볼 수 있다.

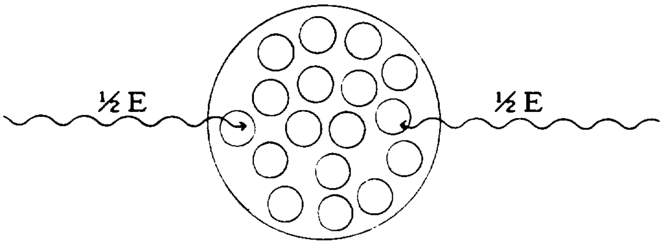

그림.10 N개의 단위입자로 구성된 물체의 에너지 흡수

이 증가된 에너지를 N개의 단위입자가 똑 같이 분배한다고 가정하면 입자 하나의 증가된 에너지는 (E/Nc^2) 가 된다. 이것이 모두 운동에너지로 전환되었다면 입자 하나에 대한 운동에너지는

$$E_{k(\text{단위입자})} = \frac{E}{Nc^2} \tag{46}$$

가 된다. 이렇게 증가된 운동에너지는 물체 내부에서 단위 입자 각각의 운동에너지로 나타난다.

이번에는 단위입자를 생각해 보자. 그림.11에서 처럼 정지한 단위입자에 에너지 ½E를 왼쪽과 오른쪽에서 입사시킬 때 단위 입자가 에너지 E를 흡수한다면 단위 입자는 운동에너지를 갖게 되므로 운동을 해야만 한다. 하지만 단위입자는 운동량 보존법칙에 의해서 정지상태 그대로 있어야 하므로 에너지를 받을 수 없다. 따라서 단위입자에는 아무리 큰 에너지가 입사되더라도 곧바로 반사해 버린다.

그림.11 단위 입자의 에너지 흡수

그림.10과 그림.11에서 취급된 두 개의 물체를 그림.12와 같은 장치에 하나씩 놓고 우선 여러개의 단위 입자들로 구성된 물체에 대해 알아보겠다.

연직 방향으로 d만큼 떨어져 있는 도체판 사이에 V의 전압을 걸어주고 질량 M, 전하량 q 인 대전체를 놓고 정지상태가 되도록 전압 V를 조절하여 고정시켰다. 이 대전체 양쪽에서 에너지 ½E를 갖는 전자기파를 발사하여 대전체가 흡수한다면 전자기파를 흡수한 구는 보다 높은 에너지 상태로 되고 질량은 $\Delta M = E / c^2$ 만큼 증가한다. 그러면 구는 위 방향으로의 전기력과 아래 방향의 중력이 균형이 깨지면서 구가 가속도 a로 아래 방향으로 운동하는 것을 볼 수 있다. 즉,

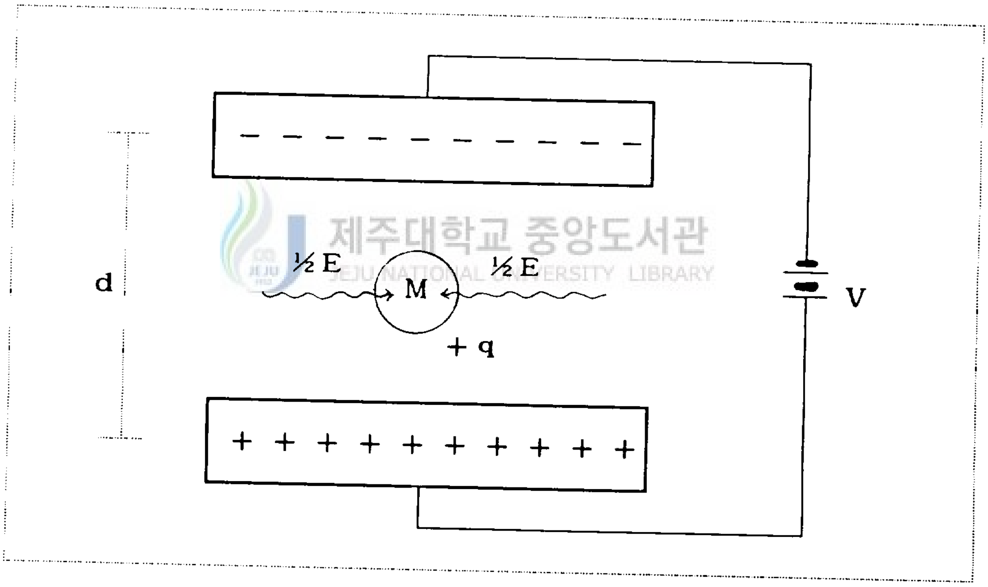

그림.12 구성체와 단위 입자의 에너지 흡수에 따른 총질량의 변화 비교

$$(M+\Delta M)\,g - q\frac{V}{d} = (M+\Delta M)\,a \qquad (47)$$

$$a = g - \frac{qV}{d\,(M+\Delta M)} \qquad (48)$$

의 가속도를 갖는 가속운동을 할 것이다. 이때 시간 t 동안 정지상태의 구가 속도 υ로 변했다면

$$\frac{\upsilon}{t} = g - \frac{qV}{d\,(M+\Delta M)} \qquad (49)$$

이고 이 식을 ΔM에 대하여 정리하면

$$\Delta M = \frac{qV}{d\,(g-\upsilon/t)} - M \qquad (50)$$

이다. 여기서 전하량 q, 전위차 V, 도체판 사이의 거리 d, 중력가속도 g, 대전체의 질량 M은 고정된 값이므로 대전체의 속도 υ와 시간 t만 측정하면 증가된 질량 ΔM을 쉽게 계산해 낼 수 있다. 또한 E의 값과 ΔM의 값을 알 수 있으므로 질량-에너지에 대한 식 $E=\Delta Mc^2$을 확인할 수 있을 것이다.

이번에는 두 도체판 사이에 자유전자와 같은 단위 입자를 놓았다고 가정했을 때 단위 입자가 에너지를 흡수할 수 없으므로[13] 질량증가는 되지 않으며 단위 입자는 도체판 사이에 그대로 있게 된다.

<실험4> 태양 근처에서 광자의 운동

그림.13과 같이 에너지 E/c^2을 갖는 광자가 태양 근처를 지난다고 하면 광자와 태양사이에 중력 작용은 꼭 그것들의 에너지에 의한 것이 아니라 그들의 에너지-운동량 텐서에 의해 결정된다.

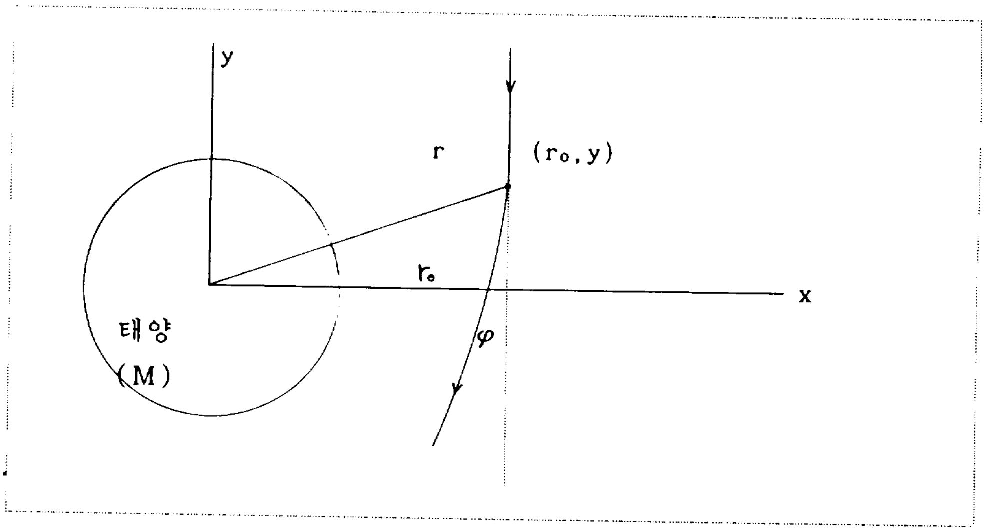

그림.13 태양의 중력장에 의해 빛이 휘는 현상

그러면 태양과 광자사이에 작용하는 힘은

$$\vec{F} = -\frac{G_N M\ (E/c^2)\ [\vec{r}\ (1+\beta^2) - \vec{\beta}\ (\vec{\beta}\cdot\vec{r})\ ]}{r^3} \quad (51)$$

으로 된다.[1] 여기서 G_N 은 뉴톤상수이고 $\beta = \upsilon / c$ 이다. 뉴톤역학에서는 질량을 갖는 입자 ($\gamma m \neq 0$) 에서만 인력이 작용한다고 했다. 즉 광자가 광속 c 로 운동할때 질량을 갖게 되므로 태양과 광자의 인력작용으로 빛의 휘는 현상을 설명했다. 그러나 광자가 광속 c 로 진행할 경우 $\gamma = \infty$가 되어 $\gamma m = \infty$이므로 모순이 생긴다. 따라서 질량이 없는 입자(즉 광자: $\gamma m = 0$)에 인력이 생기는 현상은 (51)식에서 보는 것처럼 질량을 갖는 입자에서 뿐만 아니라 에너지를 갖는 입자에서도 나타난다. 즉 인력은 에너지와 에너지의 상호 작용이라고 할 수 있다. 이 사고 실험에서 태양의 질량에 대응되는 에너지와 질량이 없는 광자의 에너지 사이에 인력 작용으로 인하여 굴절각 $\varphi = 10^{-5}$ radian을 얻을 수 있다.[1]

VI. 결 론

지금까지 알아본 바에 의하면 한 입자의 질량 m과 정지에너지 E_0는 어떠한 관성계에서도 항상 일정한 값을 갖는다. 정지좌표계에서 봤을 때 운동하는 관성계의 물체가 질량이 증가하는 것처럼 보이는 것은 그 물체의 구성입자들이 속도에 따라 증가된 상대질량을 갖는다는 것이 아니라 구성입자가 운동에너지 증가로 인하여 질량이 증가한 것처럼 보일 뿐이다. 즉, 물체를 구성하는 단위입자가 속도의 증가로 운동에너지가 증가되었을 때 구성체의 질량은 증가시킬 수 있지만 단위입자 자신의 질량은 증가하지 않는다.

여러가지의 사고실험에서도 알 수 있었듯이 정지한 물체도 에너지를 흡수하면 총질량이 증가될 수 있다는 것은 속도와 질량이 무관함을 알 수 있다. 또한 질량과 에너지는 등가이며 물체를 구성하는 단위입자의 에너지 증가는 구성체의 질량 증가로 나타날 수 있다. 질량의 증가는 에너지의 증가로 나타날 수 있다. 정지한 물체를 구성하는 단위입자는 어떤 형태의 에너지를 흡수했을 때 자신의 질량은 증가시키지는 못하지만 증가된 에너지만큼 구성체의 질량을 증가시킨다.

또한 질량을 갖는 입자만이 중력의 영향을 받는 것이 아니라 질량이 없는 광자도 에너지를 갖고 있으므로 중력의 영향을 받는다. 따라서 인력은 에너지와 에너지의 상호작용이라고 할 수 있다.

기존의 교재들에 나타나 있는 "질량은 속도에 따라 증가한다." 또는 "질량은 속도의 함수

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

으로 나타낼 수 있다."라는 표현은 수학적인 측면에서는 이용이 가능하겠지만 물리적인 측면에서는 정당하다고 볼 수 없다. 따라서 이러한 표현 대신에 " 질량은 어떠한 관성계에서도 불변하는 고유량이며 속도에 따라 변하는 것은 운동량과 에너지이다." 라는 표현으로 바로 잡아야 할 것이다. 그러므로

$$\vec{P} = \gamma(\upsilon) m \vec{\upsilon}$$

라든가

$$E = \gamma(\upsilon) m c^2$$

으로서 운동하는 물체의 질량은 운동량, 에너지와 함께 표현하는 것이 좀 더 이해하기 쉬운 표현일 것이다.

참고 문헌

1. Lev.B.Okum , Phys. today, June, p.31, (1989).
2. 강동식.박규은, 물리교육 7권, p.73, (1990).
3. Garl G.Alder, Am. J. phys., vol.55, p.739, (1987).
4. 안세희외 3인 역(Arthur Beiser저), 일반 물리학, 탐구당, pp.385-389, (1980).
5. J.D.Jackson, Classical Electrodynamics, J.Wiley & Sons, p.544, (1984).
6. 조경철, 현대물리학, 이우출판사, pp.72-73, (1984).
7. 강익주 역(R.T.Weidner & R.L.Sells저), 현대기초물리학, 민음사, pp.67.81, (1985).
8. 김수선, 대학물리, 상학당, pp.324-326, (1990).
9. 김종오 역 (C.Kittel외 4인), 일반 역학(버어클리 물리학 강좌 1), 교학연구사, pp.434-436, (1989).
10. 김봉협외 1인, 현대물리, 보성문화사, pp.38-39, (1986).
11. 정운혁, 핵물리학 개론 ,부산대학교 출판부, pp.337-338, (1988).
12. E.F.Taglor & J.A.Wheeler, Space time physics, W.H.Freemany, pp.148-156, (1963).
13. 성백능 외 편역, 대학 일반 기초 물리학 ,이우출판사, p.739, (1986).
14. Arthur Beiser, Perspective of Morden physics, McGraw-Hill, pp.28-36,(1969).
15. PSSC 번역위원회, PSSC 물리, 탐구당, pp.109.116, (1984).
16. A.Einstein et al., The Principle of Relativity, Dover, pp.69-71, (1952).

〈Abstract〉

Study of Relation of Mass, Velocity and Energy in Special Relativity

Cho, Young-Guen

Physics Education Major
Graduate School of Education, Cheju National Univercity
Cheju, Korea
Supervised by Professor **Park, Kyu-Eun**

It is wrong that mass of moving body of velocity υ is described as

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$$

Relativistic momentum and energy are denoted as

$$\vec{P} = \gamma(\upsilon) m \vec{\upsilon}$$

$$E = \gamma(\upsilon) m c^2$$

where m is invariable , $\vec{P}$ and E are not.

In conclusion, mass is described in

$$m^2 c^2 = \frac{E^2}{c^2} - \vec{P}^2$$

Thus mass independs upon velocity, where $\vec{P}$ and E are component of four vector. Therefore mis-concept that mass depends upon velocity should be modified as follows: mass independs upon velocity, momentum and energy depend upon velocity.

---

* A thesis submitted to committee of the graduate school of education, Cheju National Univercity in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Education in June 1992.

< 부　　록 >

현재 사용되고 있는 고등학교와 대학교재에서 "질량은 속도에 따라 증가한다."라는 표현과 함께 상대질량(m_r)을

$$m_r = \frac{m_o}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

의 식으로 쓰고 있다. 이는 잘못된 표현이며 몇 몇 개정된 교과서 에서는 이런 개념에 대하여 "맞다" 또는 "틀리다" 란 언급을 회피한 채 쓰지 않고 있었다. 그러면 잘못 표현된 부분들을 나열해 보겠다.

1) 송재관, 방사선 물리학, 학문사, p. 17, (1977).

" 질량은 절대적이 아니라는 사실이다. 한 물체의 질량을 정지상태에서 관측하였을 때 m_o라고 하면 물체에 대하여 v의 속력으로 운동하는 계에서 측정할 때의 그 물체의 질량은

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

의 관계에 있다"

2) 안세희외 3인 역(Authur Beiser 저), 일반 물리학, 탐구당, p. 402, (1980).

"정지 질량을 m_o라고 하면 그 물체에 대해서 속력 v로 운동하는 사람이 측정한 질량 m은

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

가 된다"

3) 김종성 외 3인, 일반 물리학, 삼아사, p. 92, (1984).

"

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

어느 관측자를 지나 υ의 속도로 운동하고 있는 물체는 운동 때문에 그 관측자에게 더 큰 질량(즉, 더큰 관성)을 가지는 것으로 나타난다."

4) 공업교육연구소편, 물리, 학연사, p.209, (1988).

"뉴톤 역학에서 불변량으로 알려졌던 질량도 상대운동에 따라 변한다. 관측자에 대하여 정지하고 있는 질량은 m_o이고 이 물체가 속도 υ로 운동할때 관측 되는 질량을 m이라고 하면

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \upsilon^2 / c^2}}$$

의 관계가 있다 "

5) 김봉협외 2인, 현대물리, 보성문화사, p.41, (1986).

" 일반적으로 질량의 변환식은

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \upsilon^2 / c^2}}$$

즉 운동하는 물체의 질량은 정지해 있을 때보다 더 크다."

6) 정운혁, 현대물리학 입문, 탐구당, p.25, (1982).

"

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \upsilon^2 / c^2}}$$

질량을 이렇게 정의하면....."

7) 조경철, 현대물리, 이우출판사, p.84, (1984).

" 먼저

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \upsilon^2 / c^2}}$$

에서 출발하자."

8) 김수선, 대학물리, 상학당, p.324, (1990).

"

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$$

그러므로 관측자에 대해서 속도 υ로 운동하고 있는 질량은 관측자에 대해서 정지하고 있을 때의 질량보다 $(1-\upsilon^2/c^2)^{-1/2}$ 만큼 큰 것이다."

9) 홍종하, 현대물리학, 일신사, p.45, (1983).

"

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$$

과 같은 상대론적 질량의 변환식을 갖는다."

10) 박승재 외 3인, 고등학교 물리, 금성교과서(주), p.371, (1991).

" 특수상대성 이론에 의하면 정지하고 있을 때의 질량 m_0인 물체가 속력 υ로 운동할 때 그 질량은

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$$

와 같이 변한다. 여기서 m_0는 정지질량이고 m은 운동질량이라고 부른다."

11) 권숙일 외 2인, 고등학교 물리, 동아출판사, p.205, (1988).

" 아인쉬타인에 의하면 물체의 질량은 그의 속력에 따라 변할 수 있으며 물체가 정지하고 있을 때의 질량을 m_0, 광속을 c라고 하면 속력 υ로 운동하고 있는 물체의 질량 m은

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$$

이 되며......"

12) Ling Tsai, Am.Jour.phys. vol.54, p.340, (1986).

" The special theory of relativity has shown that the relation between inertial mass of a body and its velocity is as follows:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \upsilon^2 / c^2}}$$ "

" Thus the conclusion is that both gravitation mass and inertial mass are dependent only on the absolute value of velocity and independent of the direction of velocity. Their relation to the velocity is that Eg.(1)"

13)황국산 옮김(湯川秀樹 저), 재미있는 물리 이야기, 예문당, pp.193.194, (1990).

" 속도가 늘어나면 질량이 늘어난다.

. . . .

그 내용은 따로하지만 이 상대론적인 역학에서 중요한 것은 질량이 속도와 함께 점점 커지는 것, 그리고 질량과 에너지는 적당히 단위를 고치면 같아진다는 결론이 나온다는 것이다. 정지해 있을 때에 비해 질량이 늘어나는 만큼이 바로 에너지가 된다는 것이다.

. . . ."

14) 김영덕 역(G.Zukav 저), 춤추는 물리, 범양사출판부, p.301, (1990).

"물리학자들이 질량에 대해 말할 경우, 다른 말을 하지 않는 이상 소립자가 정지해 있을 때의 질량을 의미한다. 정지했을 때의 입자의 질량을 정지 질량이라 부르고 정지 질량이외의 질량을 모두 상대론적 질량이라 부른다. 입자의 질량이 속도의 증가에 따라 증가하므로, 한 입자는 무수히 많은 상대론적 질량을 가질 수 있다. 입자의 상대론적 질량의 크기는 속도에 따라 변하는데, 예를 들어 광속의 99%의 속도에서는 입자 질량이 그 정지 질량의 일곱배가 된다. "