



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

碩士學位論文

GARCH 모형에서의 변화점 검정

濟州大學校 大學院

電算統計學科

羅 正 欽

2018 年 2 月



GARCH 모형에서의 변화점 검정

指導教授 宋 俊 模

羅 正 欽

이 論文을 理學 碩士學位 論文으로 提出함

2017 年 12 月

羅正欽의 理學 碩士學位 論文을 認准함

심사위원장 _____ (인)

위 원 _____ (인)

위 원 _____ (인)

濟州大學校 大學院

2017 年 12 月

Test for Parameter Change in GARCH Models

Jung-Heum Na

(Supervised by professor Junmo Song)

A thesis submitted in partial fulfillment of the requirement for the degree of Master of Science.

2018. 2

This thesis has been examined and approved.

Thesis director, _____

Thesis director, _____

Thesis director, _____

December 2017

Department of Computer Science and Statistics

GRADUATE SCHOOL

JEJU NATIONAL UNIVERSITY

목차

i. 표 목차

ii. 그림 목차

iii. 국문 초록

I. 서론

I. 1. 연구배경

I. 2. 연구목적

II. 이론적 배경

II. 1. GARCH 모형

II. 2. GARCH 모형의 추정

II. 3. 모수의 변화점 탐지를 위한 Score 검정

III. 실제 자료 분석

III. 1. 엔씨소프트 주가 자료

III. 2. 모수의 추정

III. 3. Score 검정을 이용한 변화점 탐지

IV. 결론

표 목차

<표 3-1> GARCH(1,1) 모형의 적합 결과

<표 3-2> 2009 년 4 월 10 일 이전 데이터의 GARCH(1,1) 모형의 적합 결과

<표 3-3> 2009 년 4 월 10 일 이후 데이터의 GARCH(1,1) 모형의 적합 결과

그림 목차

<그림 3-1> 엔씨소프트(KRX:036570) 주가 자료

<그림 3-2> 엔씨소프트(KRX:036570) 로그 수익률

<그림 3-3> 로그수익률 및 로그수익률의 제곱의 ACF 및 PACF

<그림 3-4> Score 검정 결과 T_n^S 의 그림

<그림 3-5> 2009년 4월 10일 이전 T_n^S 그림

<그림 3-6> 2009년 4월 10일 이후 T_n^S 그림

국문 초록

본 연구에서는 주가 자료를 이용하여 문화산업에서의 이벤트의 영향을 평가하고자 한다. 이를 위하여 주가자료를 시계열 모형, 특히 GARCH 모형으로 적합한 후 모수의 변화점 탐지 검정을 통하여 문화산업계에서의 이벤트의 영향의 유무를 파악하고자 한다. 본 논문에서는 모수의 변화점을 탐지하기 위한 방안으로 Berkes *et al.* (2004)가 제안한 Score 검정을 이용한다. 구체적으로 엔씨소프트(KRX:036570)의 주가 자료를 분석하였으며, 이를 통하여 새로운 상품의 출시 및 정책 등에 대한 영향을 알아본다.

Keyword

GARCH 모형; 모수의 변화점 탐지; score 검정;

학번

20164201

Abstract

In this study, we aim to evaluate the impact of events in culture industry using daily stock prices. For this, we fit GARCH models to the stock price data and then conduct a parameter change test to see the impact of the events. In this thesis, the score test is used for parameter change introduced by Berkes et al. (2004). Concretely, the stock price data of NCSoft (KRX:036570) is analyzed to examine the impacts of new game products and game policies.

Keyword

GARCH model; parameter change test; score test;

I. 서론

I. 1. 연구배경

컴퓨터 게임, 영화와 같은 문화 산업에서는, 제작하여 판매할 예정이거나 이미 판매했던 상품의 질이 얼마나 뛰어난 것이었는지를 판단하기가 어렵다. 문화산업의 생산물은 예술성과 상업성이 혼재되어 있기 때문이다.

이 문제를 해결하기 위해서 여러 가지 대안들이 등장하여 널리 쓰이고 있으나, 신뢰성에 의구심을 품는 사람들이 많다. 가령, 영화에서는 관례적으로 관객수, 매출액, 평론가와 관객 투표 사이트의 점수, 유명 영화제의 수상 여부가 상품의 완성도를 판단하는 지표로 활용된다. 게임에서는 PC 방 접속 순위, 일일 유저 접속 수, 연 매출을 지표로 활용한다. 하지만 이 지표들은 내부와 외부의 이해 당사자 들에 의해 조작, 왜곡되는 문제가 있거나, 주관적인 기준이라는 한계가 있다. 따라서 다른 산업의 지표들처럼 객관적인 기준이 되기는 어렵다. 물론, 이러한 문제들은 종사자들에게도 널리 알려져 있으나 현실적인 문제 때문에 무시되는 상황이며, 기존의 단점을 보완할 새로운 지표가 시급한 상황이다. 이에 본 논문에서는 문화산업에서 새롭게 출시된 상품의 영향의 유무를 객관적으로 판단하거나 평가할 방법을 찾아보고자 한다.

I. 2. 연구목적

본 논문에서는 기존 지표들의 한계를 극복하기 위하여, 자유시장에서 획득하는 정보를 판단 지표로 삼고자 한다. 자유시장의 참여자는 그 수가 매우 많고, 경제적 동기에 따라 움직이며, 회사 내부의 사정으로부터 비교적 자유롭기 때문이다. 따라서, 위와 관련된 자료를 이용한다면, 상대적으로 객관적인 분석 결과를 얻을 수 있을 것이다.

따라서, 본 연구에서는 자유시장경제의 대표자료인 주가 자료를 이용하여 문화산업에서의 이벤트의 영향을 평가하고자 한다. 구체적으로 게임개발사인 엔씨소프트(KRX:036570)의 주가 자료를 분석하고자 한다.

<그림 3-2>의 로그 수익률 자료를 보면 큰 변동은 큰 변동끼리, 작은 변동은 작은 변동끼리 집중되는 전형적인 변동성 집중 현상 (volatility clustering)을 관찰할 수 있기에, 이러한 현상을 반영하는 GARCH 모형을 우선 적합할 것이다. 새롭게 출시되는 게임의 영향력에 대한 판단은 적합된 모수의 변화 유무를 통해서 유추할 수 있을 것이다. 이는 출시된 게임의 영향이 의미 있을 경우 이러한 사항들이 주가에 반영이 될 것이며, 이는 모수의 변화를 통하여 나타날 것으로 판단되기 때문이다. 따라서, 본 연구의 구체적인 목적은

GARCH 모형에서의 모수 변화 유무에 대한 검정을 통한 문화산업계의 이벤트의 영향의 유무를 파악하는 것이 된다. 이를 위하여, 본 논문에서는 모수의 변화를 검정하기 위해 제안된 여러 가지 검정들 중에서 Berkes *et al.* (2004)가 제안한 Score 검정을 이용하여 분석 자료에 적합된 GARCH 모형의 모수 변화 유무를 검정한다.

이후 변화점 검정을 통해 얻은 결과를 이용하여, 엔씨소프트의 어떤 상품 혹은 정책이 일상적인 주식 투자 성향을 뛰어넘을 만큼 영향이 있었는지를 살펴볼 것이다.

II. 이론적 배경

II. 1. GARCH 모형

대부분의 금융시계열(주식가격, 환율, 인플레이션 등)은 어떤 기간 동안 상당한 폭의 변동성을 보이다가 상대적으로 평온한 기간이 길게 이어지는 변동성 군집(volatility clustering)이라고 하는 현상을 나타낸다.

이러한 특징을 반영하기 위하여 Engle (1982)은 조건부 분산을 모형화한 '자기회귀 조건부 이분산성 모형 (Autoregressive conditional heteroskedastic model; ARCH 모형)'을 제안하였다. 그러나, 실제 자료 분석 시 필요한 q 값이 상당히 큰 경우가 자주 발생하며 이 경우 분석의 질이 저하되는 문제가 발생하게 된다. 이를 해결하기 위하여, Bollerslev (1986) 등은 ARCH 모형을 일반화하여 '일반화된 자기회귀 조건부 이분산성 모형 (Generalized autoregressive conditional heteroskedastic model; GARCH 모형)'을 제시하였다. 이때, $ARCH(q)$ 는 $GARCH(0, q)$ 와 같으며, p 와 q 는 각각 자기회귀 GARCH 항과 이동평균 ARCH 항의 차수를 의미한다. $GARCH(p, q)$ 모형은 아래와 같이 정의된다.

$$X_t = \sigma_t \eta_t \quad (\text{여기서, } \eta_t \sim iid(0,1))$$

이때, 조건부 분산 σ_t^2 는 다음과 같다.

$$\sigma_t^2 = w + \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

여기서 $w > 0$, $\alpha_i, \beta_j \geq 0$ 이며, $\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j < 1$ 인 경우 위 시계열은 정상(stationary) 시계열이 된다.

GARCH (1,1) 모형의 정의는 위의 식에서 $p=1$, $q=1$ 를 대입하여 얻을 수 있다.

$$\sigma_t^2 = w + \alpha X_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

II. 2. GARCH 모형의 추정

본 논문에서는 Francq and Zakoïan (2004)의 준최대우도추정량 (quasi maximum likelihood estimator, QMLE)를 이용하여 GARCH 모형의 모수를 추정한다. GARCH(p, q)과정을 따르는 시계열 자료 X_1, X_2, \dots, X_n 가 주어질 때, Francq and Zakoïan (2004)의 QMLE 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_n &= \operatorname{argmin}_{\theta \in \Theta} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left(\frac{X_t^2}{\tilde{\sigma}_t^2(\theta)} + \log \tilde{\sigma}_t^2(\theta) \right) \\ &:= \operatorname{argmin}_{\theta \in \Theta} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \tilde{l}_k(\theta) \\ &:= \operatorname{argmin}_{\theta \in \Theta} \tilde{L}_k(\theta)\end{aligned}$$

여기서, $\theta = (w, \alpha_1, \dots, \alpha_p, \beta_1, \dots, \beta_q) \in \Theta = (0, \infty) \times [0, \infty)^{p+q}$ 이다.

이때, $\tilde{\sigma}_t^2(\theta)$ 는 초기값이 주어져 있을 때 다음의 점화식에 의하여 순차적으로 얻어진다.

$$\tilde{\sigma}_t^2(\theta) = w + \sum_{i=1}^p \alpha X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta \tilde{\sigma}_{t-j}^2(\theta)$$

Francq and Zakoïian (2004)에 따르면, 아래의 조건 하에서, QLME $\hat{\theta}_n$ 는 일치추정량 (consistent estimator)이 되며, 점근적으로 정규분포(asymptotic normality)를 따른다.

$$A_{\theta}(z) = \sum_{i=1}^q \alpha_i z^i, B_{\theta}(z) = 1 - \sum_{j=1}^p \beta_j z^j \text{ 이고, } q = 0 \text{ 이면 } A_{\theta}(z) = 0, p = 0 \text{ 이면}$$

$B_{\theta}(z) = 1$ 라 할 때,

A1. $\theta_0 \in \Theta$ And Θ is Compact

A2. $\gamma(A_{\theta}) < 0$ and $\forall \theta \in \Theta, \sum_{j=1}^p \beta_j < 1$

A3. η_t^2 has non – degenerate distribution with $E\eta_t^2 = 1$

A4. IF $p > 0$, $A_{\theta_0}(z)$ and $B_{\theta_0}(z)$ have no common root, $A_{\theta_0}(1) \neq 0$, and $\alpha_{0_q} + \beta_{0_p} \neq 0$

구체적으로, 위 조건 A1 에서 A4 하에서 $\hat{\theta}_n$ 는 θ_0 으로 확률 1 로 수렴하게 된다.

A5. $\theta_0 \in \overset{\circ}{\Theta}$, where $\overset{\circ}{\Theta}$ denotes the interior of Θ

A6. $K_{\eta} := E\eta_t^4 < \infty$

추가적으로 위 조건 A5-A6 을 만족할 경우, 다음이 성립하게 된다.

$$\sqrt{n}(\hat{\theta}_n - \theta_0) \xrightarrow{d} N(0, J^{-1} \mathcal{J} J^{-1})$$

단, $J = E(\partial^2_{\theta} l_t(\theta_0))$, $\mathcal{J} = E(\partial_{\theta} l_t(\theta_0) \partial_{\theta^T} l_t(\theta_0))$ 이다.

II. 3. 모수의 변화점 탐지를 위한 Score 검정

경제 시계열 자료, 가령 환율, 주가와 같은 데이터들은 정부 정책이나 사회적 격변과 같은 외부적 요인에 의해 영향을 받는다. 이러한 외부적 영향이 모수의 변화를 야기시킬 수 있는데, 이 경우 모수의 변화를 고려하지 않은 통계적 추론은 잘못된 결과를 야기할 수 있다. 이에, 변화점 탐지와 관련된 문제는 많은 연구자들에 의하여 연구되어 왔다.

그 중에서, Jhonson and Bagshaw (1974), Bagshaw and Jhonson (1975)에 의해 처음으로 계열 상관성(serial correlation)이 존재하는 시계열 자료의 변화점 탐지가 시도되었다. 그 이후 Kokoszka and Leipus (1998, 1999, 2000)와 Lavielle and Moulines (2000)에 의해 이차적률(second moment)가 유한한 경우 ARCH 모형에 적용 가능한 변화점 탐지 방식이 제시되었고 Andreu and Ghysels (2002, 2003)에 의해 개선되었다

본 논문에서는 Berkes *et al.* (2004)에서 제안한 Score 검정을 이용하여 모수 변화점 검정을 수행하고자 한다. 변화점 검정의 가설은 다음과 같다.

H_0 : 관찰기간 X_1, \dots, X_n 동안 모수 $\theta = (w, \alpha, \beta)$ 는 일정하다.

$H_1 : H_0$ 가 아니다. 즉, 어느 시점에서 모수의 변화가 있었다.

Song and Kang (2018)에 의하면 II. 2.의 A1 부터 A6 의 가정이 만족될 때, 귀무가설 H_0 하에서 아래의 내용이 성립함을 알 수 있다.

$$\mathcal{J}^{-\frac{1}{2}} \frac{[ns]}{\sqrt{n}} \partial_{\theta} \tilde{L}_{[ns]}(\hat{\theta}_n) \xrightarrow{\omega} B_D^{\circ}(s) \text{ in } \mathbb{D}([0,1], \mathbb{R}^D)$$

(단, $D = p + q + 1$ 이고, $B_D^{\circ}(s)$ 는 D -dimensional standard Brownian bridge).

이 식으로부터 score 검정통계량 T_n^S 가 다음과 같이 얻어진다.

$$T_n^S := \max_{1 \leq k \leq n} T_{n,k}^S := \max_{1 \leq k \leq n} \frac{k^2}{n} (\partial_{\theta} \tilde{L}_k(\hat{\theta}_n))^T \mathcal{J} (\partial_{\theta} \tilde{L}_k(\hat{\theta}_n)) \xrightarrow{d} \sup_{0 \leq s \leq 1} \|B_D^{\circ}(s)\|_2^2$$

여기서, \mathcal{J} 는 다음과 같이 추정될 수 있다.

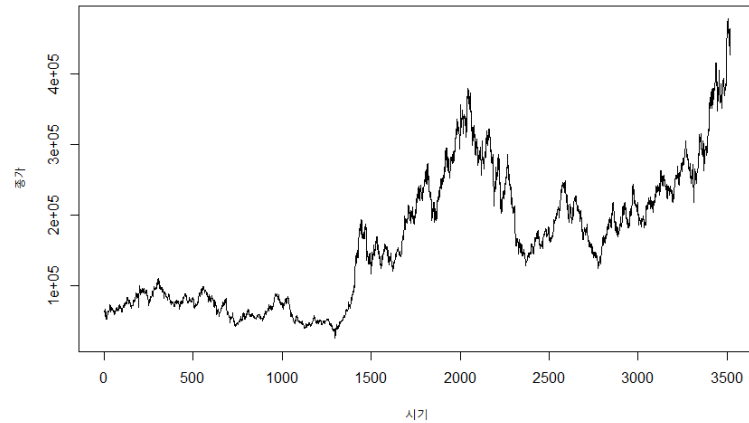
$$\widehat{\mathcal{J}}_n := \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \partial_{\theta} \tilde{l}_t(\hat{\theta}_n) \partial_{\theta^T} \tilde{l}_t(\hat{\theta}_n)$$

따라서, T_n^S 가 임계값보다 크다면, H_0 를 기각, 즉, 모수 변화가 존재한다고 판단한다. 이때, $T_{n,k}^S$ 를 최대로 하는 k 지점을 변화가 일어난 지점으로 추정한다. GARCH(1,1) 모형의 경우, 유의수준 5%에서의 임계값은 몬테카를로 모의실험을 통해 3.07로 얻어진다.

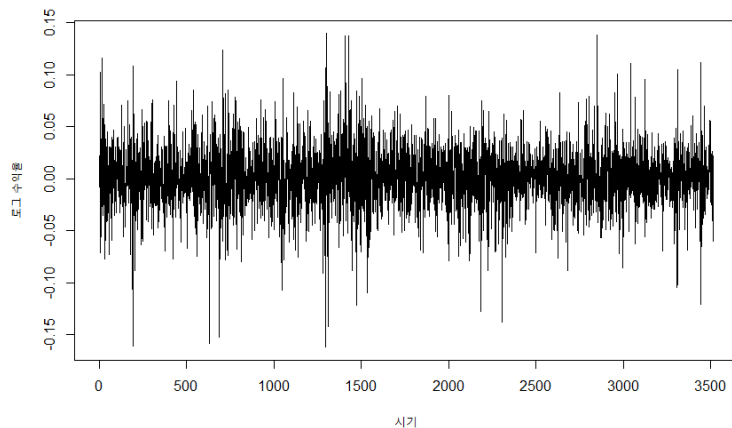
III. 실제 자료 분석

III. 1. 엔씨소프트 주가 자료

분석에 사용된 자료는 엔씨소프트(KRX:036570)의 2003년 8월 1일부터 2016년 10월 13일까지의 주가 자료이며 이에 대한 로그수익률 자료는 그림 <3-2>에 나타나 있다.

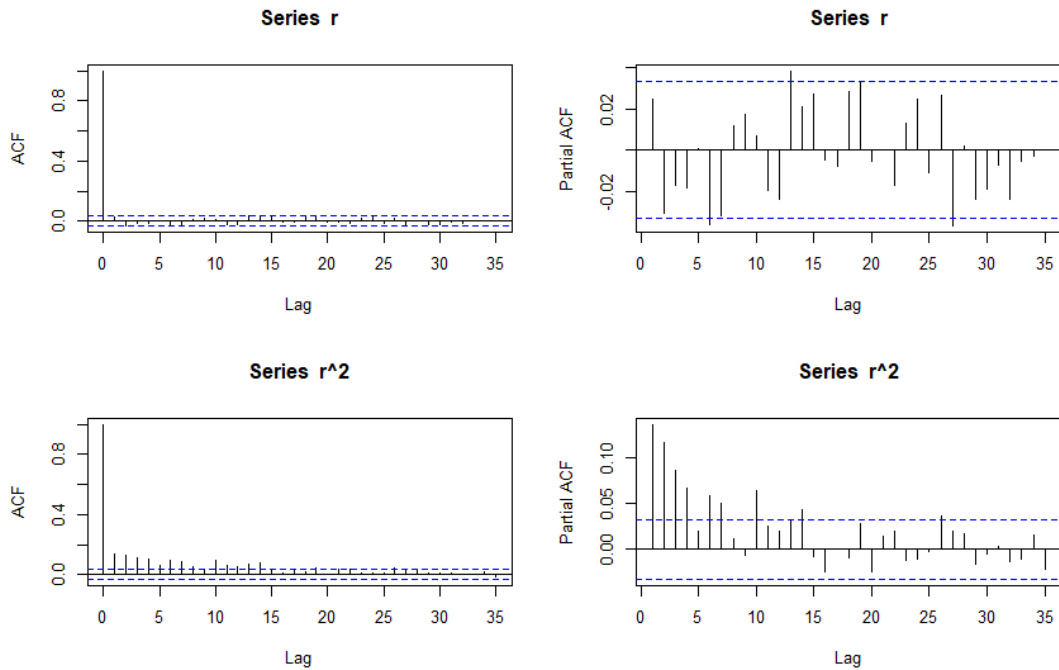


<그림 3-1> 엔씨소프트(KRX:036570) 주식 종가 데이터



<그림 3-2> 엔씨소프트(KRX:036570) 주식 종가의 로그 수익률

<그림 3-3>은 로그 수익률과 로그 수익률의 제곱의 ACF 와 Partial ACF 를 나타낸다.



<그림 3-3> 로그수익률 및 로그수익률의 제곱의 ACF 및 PACF

로그 수익률(r)의 ACF 와 PACF 를 통해 대부분의 시차에서 자기 상관성이 유의하지 않으며 로그 수익률의 제곱(r^2)에서는 유의하게 나타나고 있음을 확인할 수 있다. 이는 금융 자료에서 종종 확인되는 이분산성(Heteroskedasticity)을 나타낸다. 따라서, 본 연구에서는 이를 모형화하기 위해 해당 자료를 GARCH(1,1) 모형으로 적합한다.

III. 2. 모수의 추정

GARCH(1,1) 모형의 적합 결과는 다음과 같다.

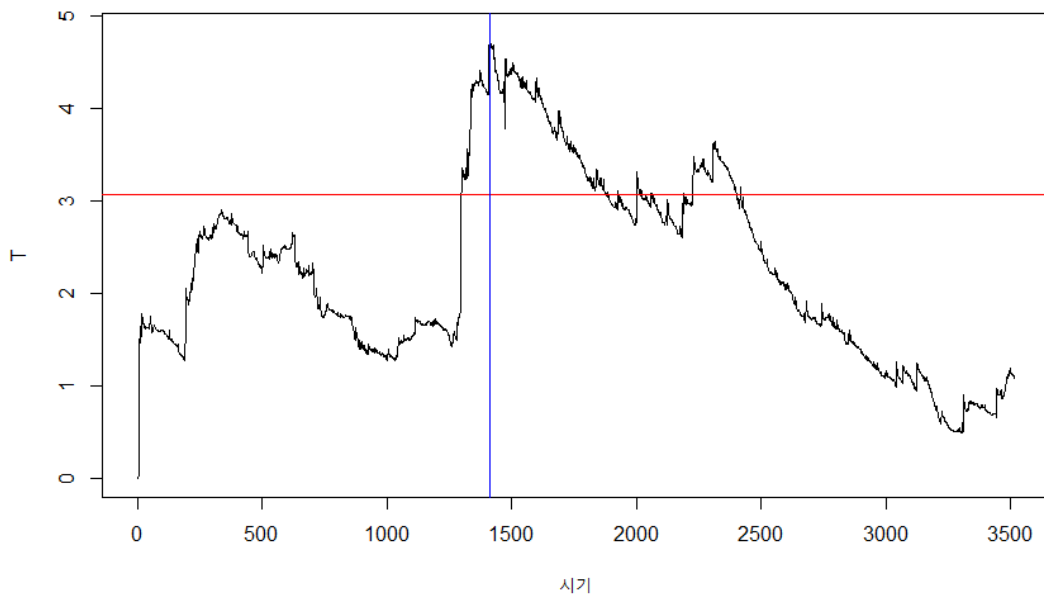
<표 3-1> GARCH(1,1) 모형의 적합 결과

parameter	Estimate	Std. Error	t value	P-value(> t)
w	0.00004	0.000007	5.492	0.0000000397
α	0.04984	0.005912	8.429	0
β	0.90220	0.01289	69.99	0

분석 결과 모든 계수는 유의하나 $\alpha + \beta \approx 1$ 이므로, 시간의 흐름에 따라 변동성이 천천히 감소한다. 모수의 변화가 있을 경우 계수의 합이 1에 가깝게 추정되는 경우들이 있음이 잘 알려져 있다. 다음 절에서 검정을 통해 확인한다.

III. 3. Score 검정을 이용한 변화점 탐지

II. 3. 의 Score 검정을 이용한 분석 결과는 <그림 3-4>와 같다. 적색의 수평선이 임계값이고, 청색의 수직선이 t_n^S 가 최대치인 시기이다.



<그림 3-4> Score 검정 결과 t_n^S 의 그림

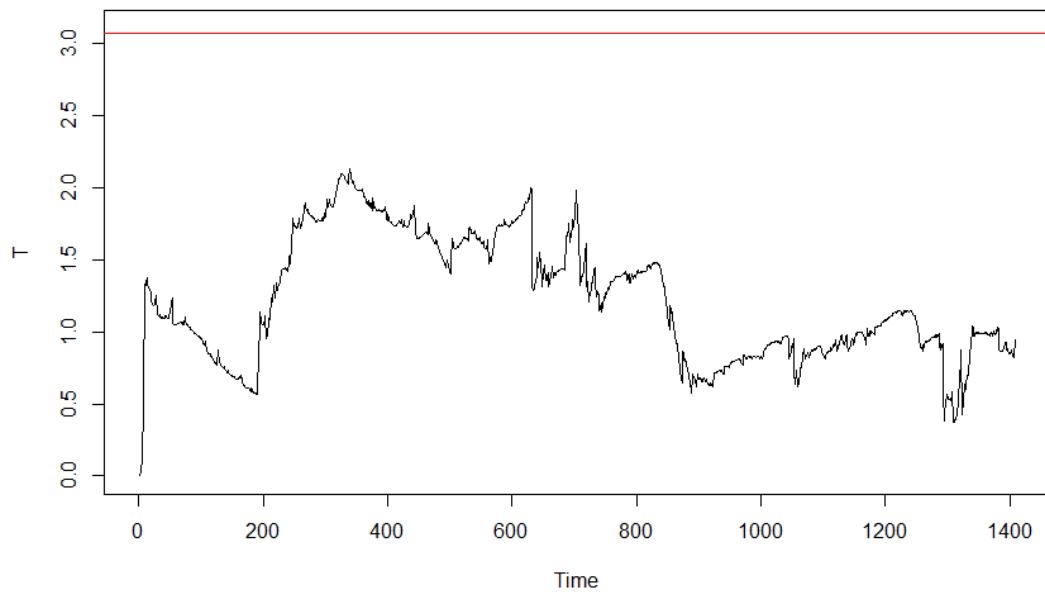
전체 자료에 대하여 위 검정을 수행한 결과 검정 통계량 값은 4.832 으로 임계값 3.07 보다 크다. 따라서 해당 통계량을 얻은 2009년 04월 10일에 모수의 유의미한 변화가 있었던 것으로 판단된다.

이제 2009 년 4 월 10 일 전후로 변화점을 추가로 탐지하도록 한다. 2009 년 4 월 10 일 이전 자료에 GARCH(1,1) 모형으로 적합하면 <표 3-2>와 같은 결과를 얻는다.

<표 3-2> 2009 년 4 월 10 일 이전 데이터의 GARCH(1,1) 모형의 적합 결과

parameter	Estimate	Std. Error	t value	P-value(> t)
w	0.000068	0.000018	3.684	0.00023
α	0.07016	0.01233	5.688	0
β	0.8616	0.02673	32.232	0

이 기간에 대하여 변화점 검정을 수행하면 <그림 3-4>의 결과를 얻었다.



<그림 3-5> 2009 년 4 월 10 일 이전 t_n^S 그림

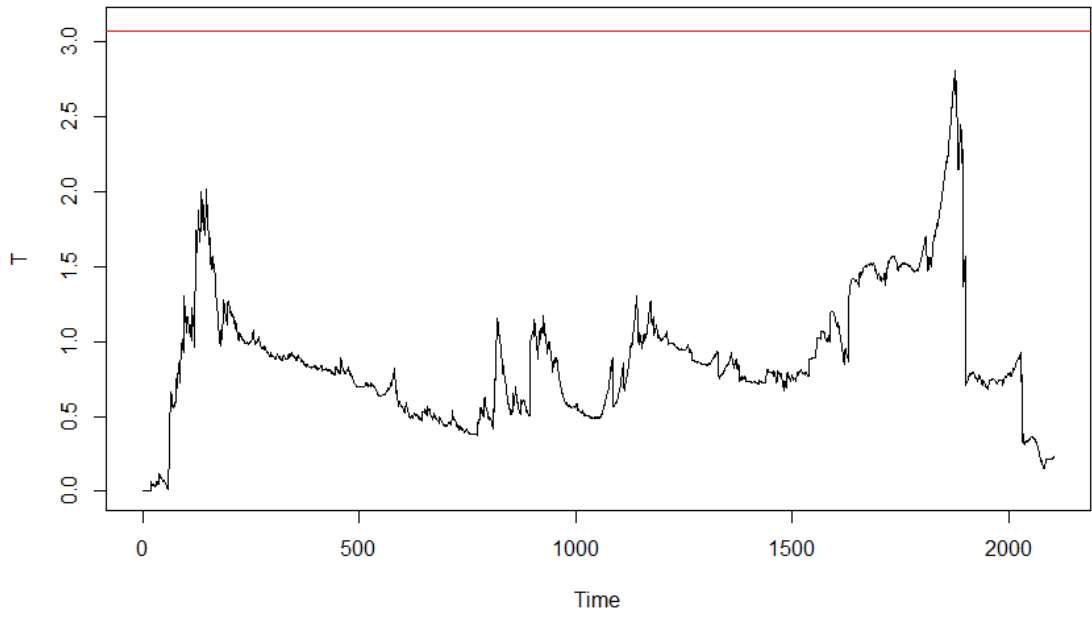
검정 통계량 t_n^s 가 가장 큰 날짜는 2004 년 12 월 13 일이며, 그 값은-2.12 로 임계값 3.07 보다 작게 얻었졌다. 따라서 유의미한 변화는 없는 것으로 판단된다.

2009 년 4 월 10 일 이후인 경우 GARCH(1,1) 모형으로 적합하면 <표 3-3>과 같은 결과를 얻는다.

<표 3-3> 2009 년 4 월 10 일 이후 데이터의 GARCH(1,1) 모형의 적합 결과

parameter	Estimate	Std. Error	t value	P-value(> t)
w	0.000015	0.000004	3.564	0.000366
α	0.02378	0.004117	5.775	0
β	0.9557	0.00829	115.293	0

이때 변화점의 검정 결과는 <그림 3-6>과 같으며 역시 모수의 변화는 없는 것으로 나타났다.



<그림 3-6> 2009년 4월 10일 이후 T_n^S 그림

IV. 결론

엔씨소프트는 리니지, 리니지 2, 아이온, 블레이드 앤 소울, 길드워 등 여러 게임을 출시한바 있다. 그러나 변화점은 해당 게임들의 출시 시기에는 한번도 탐지되지 않았다. 2009년 4월 10일의 변화점에 있던 이슈는 온라인 게임 아이온의 중국 CBT 시작이었는데, 잠시나마 호평이 있던 시기였다.

아이온의 중국 CBT 소식의 경우, 당시 던전 앤 파이터의 성공에 힘입어 중국 진출 러시가 이어지던 시절에는 호재로 간주되었다. 그러나 아이온의 중국 진출은 실패로 끝났고 투자자들의 낙관적인 기대와는 다른 결과가 나타났다.

여기서 알 수 있는 점은 주식 수익률의 경우 실제 이익이 발생할 시기가 아니라, 정보가 알려진 시기에 변동한다는 점이다. 그리고 좋은 소식이 기대와는 달리 나쁜 결과로 끝날 수도 있는 리스크가 있음에도 불구하고, 여전히 수익률이 변동하였다. 그리고 투자자들은 실제로도 손해를 보았다.

이로 미루어 볼 때 주식 시장에서 투자자들은 합리적 기대를 따르지만, 주식 시장은 효율 시장 가설에서의 준강형 효율 시장 가설을 따른다고 판단 할 수 있다. 따라서 이 논문의 의도와는 달리 엔씨소프트 주식의 로그수익률을 통해서

해당 기업의 상품 가치를 정확히 판단하기 어렵다는 걸 알 수 있다. 수익률은 상품의 실제 가치보다는 성공적인 중국 진출 가능성이라는 이슈에 의해서만 치솟았기 때문이다.

문화산업을 주력으로 하는 기업의 주가는 상품 그 자체보다는 이슈에 더 큰 영향을 받는다는 것이므로, 기업의 경영자는 다른 업종과는 달리 실제 기업 수익에 영향을 미치는 '상품 개발'에 주주들의 관심을 돌릴 다른 수단이 존재하며 그걸 그러한 용도로 유용하게 활용할 수 있다

참고문헌

- Andreou, E. and Ghysels, E. (2002). Detecting multiple breaks in financial market volatility dynamics. *J. Appl. Econometrics* **17**, 579–600.
- Andreou, E. and Ghysels, E. (2003). Tests for breaks in the conditional co-movements of asset returns. *Statist. Sinica* **13**, 1045–1073.
- Berkes, I., Horva'th, L. and Kokoszka, P. (2004). Testing for parameter constancy in GARCH(p, q) models. *Statist. Probab. Lett.* **70(4)**, 263-273
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *J. Econometrics* **31**, 307-327.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica* **50**, 987–1007.
- Fama, Eugene (1970). "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work". *Journal of Finance*. **25** (2): 383–417.
- Francq, C. and Zakořan, J.-M. (2004). Maximum likelihood estimation of pure GARCH and ARMA-GARCH processes. *Bernoulli*, **10**, 605-637.
- Johnson, R. A. and Bagshaw, M. (1974). The effect of serial correlation on the performance of CUSUM tests. *Technometrics* **16**, 103–112.
- Johnson, R. A. and Bagshaw, M. (1975).
- Kokoszka, P. S. and Leipus, R. (1998). Change-point in the mean of dependent observations. *Statist. Probab. Lett.* **40**, 385–393.
- Kokoszka, P. S. and Leipus, R. (1999). Testing for parameter changes in ARCH models. *Lithuanian Math. J.* **39**, 231–247.
- Kokoszka, P. S. and Leipus, R. (2000). Change-point estimation in ARCH models. *Bernoulli* **6**, 513–539.

Kokoszka, P. S. and Teyssie`re, G. (2002). *Change point detection in GARCH models: asymptotic and bootstrap tests*. Technical Report. Utah State University, Logan. Available at <http://stat.usu.edu/~piotr/research.html>.

Lavielle, M. and Moulines, E. (2000). Least-squares estimation of an unknown number of shifts in time series. *J. Time Ser. Anal.* **20**, 36–60.

Lundbergh, S. and Tera`svirta, T. (2002). Evaluating GARCH models. *J. Econometrics* **110**, 417–435.

Mandelbrot, B. B. (1997). *The Variation of Certain Speculative Prices*. In *Fractals and scaling in finance*. Springer, New York, 371-418.

Rachev, S. and Mittnik, S. (2000). *Stable Paretian Models in Finance*. Wiley, New York.

Song, J. and Kang, J. (2017). Parameter change tests for ARMA-GARCH models. *Comput. Stat. Data Anal.* **121**, 41-56.